



## Treball de fi de màster

Títol: **Noves tecnologies de la informació a l'ensenyament de las Matemàtiques de Secundaria.**

Cognoms: **Martín Celma**

Nom: **M<sup>a</sup> Angeles**

Titulació: Màster en Formació del Professorat d'Educació Secundària Obligatòria i Batxillerat, Formació Professional i Ensenyament d'Idiomes

Especialitat: **Matemàtiques**

Director/a: **Jose Luis Díaz - Barrero**

Data de lectura: **29 de Juny de 2011**

## Índice

Introducción .....	2
Evolución de las TIC. Un poco de historia. ....	3
Impacto de las TIC en la enseñanza de las Matemáticas. ....	6
Algunas herramientas TIC para la enseñanza de las Matemáticas.....	7
Ventajas e inconvenientes del uso de las TIC en Matemáticas.....	10
Aplicaciones de Software para la enseñanza basada en las TIC.....	13
Casos prácticos planteados con AUTOCAD .....	17
Casos prácticos planteados con EXCEL .....	34
Conclusiones .....	45
Bibliografía.....	46

## Introducción

Una gran revolución en el mundo educativo, fue la aparición en los años 80 del ordenador personal y la internet en los 90's. Anteriormente, ya existían los ordenadores y terminales de ordenador, que basados en gran parte en el mundo de las matemáticas, permitían su utilización para resolver problemas, administrar centros e instituciones educativas e iniciar la enseñanza mediante el uso del ordenador. Pero la revolución realmente importante fue la de hacer posible el acceso a ordenadores en casa y en los centros de enseñanza. Posteriormente, la evolución de las redes de comunicaciones y popularización de internet, permitió una segunda revolución en el mundo educativo.

Las tecnologías de la información y comunicación (TIC), han irrumpido en el mundo de la docencia de la mano de los mencionados avances. La incorporación a la enseñanza de las Matemáticas, ha sido reciente. Los cambios en la manera de enseñar se produjeron, en el pasado, en espacios de tiempo muy largos (el libro, la pizarra, etc.). Actualmente, esos cambios se producen con mucha rapidez y en este trabajo, se pretende analizar alguna de las causas y su impacto. También se analizan distintos sistemas tecnológicos, sus ventajas e inconvenientes y su aplicación en las distintas áreas y con distinto propósito: comunicar, evaluar, investigar, gestionar, etc. Su utilización tanto para alumnos, como para profesores y centros educativos, ha permitido nuevos métodos de enseñanza, administración y gestión de la misma, por parte de profesores y centros.

Las TIC's, en sí mismas, constituyen una materia que merece ser aprendida, pero la idea de este trabajo, es utilizarlas como herramienta para el aprendizaje y la docencia. Sería la idea de las TAC como tecnología del aprendizaje y el conocimiento. Es decir, no solo, se ha de aprender a usar las TIC, sino explotarlas para aprender y enseñar, y que sirvan de herramienta para el aprendizaje continuo. Son las dos vertientes: "aprendizaje de la tecnología" y "aprendizaje con la tecnología".

Algunos productos Hardware tecnológicos actuales, que podrían ser utilizados en la enseñanza son los siguientes:

- Ordenador personal, portátil, sobremesa, internet, pantallas digitales, TabletPC, Smartphones, Note Pad, proyector, televisor, DVD's, Videojuegos (wii, Xbox, playstation...), calculadoras (normal, científica, programable...), chips con información de objetos y personas, etc.
- En cuanto a comunicaciones: cableados, red inalámbrica, telefonía,....
- Todo ello con su software base, sistema operativo: Windows, Linux, Apple, Android.

También existe un gran número de paquetes de software: Geogebra, AutoCad, Microsoft Office, OpenOffice, Moodle, CABRI, ... Una muestra de la ingente cantidad de soluciones que se hallan disponibles para casi todos los aspectos de la enseñanza de las Matemáticas de Secundaria, se expone como ejemplo, y además, se desarrollan unos casos prácticos en EXCEL y AutoCad, como aplicación de estas herramientas para nuestro propósito.

## Evolución de las TIC. Un poco de historia.

La verdadera revolución en el mundo de las TIC, dentro del campo de la informática, y en especial para su aplicación a la enseñanza en general, se produjo: primero, con la aparición de ordenador personal PC en los años 80, y luego con la de INTERNET, que empezó a extenderse en los años 90. Previamente, los ordenadores, los terminales y las redes ya tenían un uso limitado en la docencia, especialmente universitaria y empresarial, pero el PC y la idea de que pudiese haber un ordenador en casi todos los hogares y escuelas, dio un gran impulso a su uso como herramienta para ayudar al aprendizaje.

- El **Ordenador Personal**. Fue anunciado por IBM en 1981 con la idea de llevar la informática fuera de la oficina y permitir una continuidad de trabajo. Otra serie de empresas (Commodore, Apple, Sinclair, Atari, Digital Research, Tandy) desarrollaron sus productos que se basaban en: un microprocesador que es la unidad central de proceso en un chip, una placa base, un BIOS que permite arrancar la máquina y controlar el hardware, memoria read-only ROM para control, un floppy disk drive para lectura de los diskettes y un Sistema Operativo, que en principio fue el DOS. Más tarde la evolución ha hecho casi obsoletas componentes como la unidad de diskettes, reemplazada por los discos duros y otro tipo de memorias auxiliares internas o externas. Una característica importante que ha permitido la divulgación del PC, ha sido la gran bajada de los precios y lo ha hecho asequible a la mayoría de las economías domésticas. Como consecuencia, también se ha podido desarrollar gran cantidad de aplicaciones para todo tipo de facetas de la actividad humana, entre ellas, la enseñanza.

La evolución lógica de este producto, fue la creación de los ordenadores portables y portátiles que permitieron trasladar de un lado a otro la información, los programas y los datos, haciendo que se pudiesen usar, no solo en casa, sino en cualquier sitio.

- **INTERNET**. El desarrollo de las redes de ordenadores, tuvo uno de sus hitos en la creación de la red ARPANET por encargo del ministerio de defensa de los EEUU. Su primer nodo se creó en California y en 1973 ya existían 23 ordenadores conectados de universidades y centros de investigación. Con la transición al protocolo TCP/IP desde 1983 hasta los años 90, se desarrollaron los orígenes de INTERNET. Los distintos protocolos de comunicación a través de la red permitieron efectuar:
  - Correo electrónico (SMTP, POP)
  - Transferencia de ficheros (FTP).
  - WWW (conjunto de protocolos que permiten, de forma sencilla, la consulta remota de archivos de hipertexto. HTTP).
  - Las conversaciones en línea o chats (protocolo IRC).
  - La mensajería instantánea y presencia.
  - La transmisión de contenido y comunicación multimedia (telefonía (VoIP)), televisión (IPTV). Los boletines electrónicos (NNTP) y la suscripción.
  - El acceso remoto a otros dispositivos (SSH y Telnet) o los juegos en línea.
  - ...

Al igual que con el PC, Internet ha entrado en los hogares gracias al abaratamiento, disponibilidad y velocidad de la red a través de las compañías telefónicas, del gran aumento y variedad de las aplicaciones desarrolladas, y de la facilidad de uso mediante navegadores (Explorer, Netscape, Firefox...), hiperenlaces e hipertexto. Para la ubicuidad, el uso masivo de las redes inalámbricas esta siendo un factor clave, al permitir el acceso prácticamente desde cualquier lugar.

Se puede añadir en la última década, la difusión de la telefonía móvil y de otros dispositivos que incorporan la computación ubicua ("pervasive computing"), que permite la integración de la informática dentro del entorno de la persona.

El diagrama ilustra la arquitectura de la nube (Cloud Computing) con los siguientes componentes:

- Usuarios:** Alumnos, Centros, Administración, padres, ...
- Servicios:** Servicios de presentación virtualizada
- Adaptación:** Adaptación de la información bajo demanda
- Red:** RED DE BANDA ANCHA
- Estándares:** Estándares Virtualización
- Clouds:** CLOUDs
- Centros de procesamiento:** Centros de proceso de información privados y Centros públicos

En los últimos años, puede hablarse de la informática de las cosas. Se trata de la existencia a todos los niveles de:

- Si pensamos en la actividad docente, todo esto representa un gran impacto, pues permite tener: clases inteligentes y seguimiento de los alumnos y otros elementos del sistema educativo; identificar riesgos cuanto antes a todos los niveles (por ejemplo desde los propios departamentos de la Administración); una administración y operaciones optimizadas; la investigación e innovación.

También han surgido en los últimos años, las Redes Grid, cuya idea es entrelazar en una red múltiples ordenadores (PC o Mainframe), de manera que su potencia de cálculo no utilizada, se use para realizar cálculos distribuidos y colaborando en un proyecto que requiera una gran potencia de máquina. De esta forma, se tiene la visión de un superordenador formado por miles de ordenadores que colaboran. Para la resolución de problemas matemáticos complejos, que necesitan una gran potencia de cálculo, inexistente en los ordenadores personales individuales, está siendo de gran utilidad. Existe, por ejemplo, la red "World Community Grid" a nivel mundial, que permite investigaciones sobre el Cáncer, Clima, Agua, Drogas, Energía,... mediante donaciones voluntarias de potencia de ordenador no utilizada por usuarios particulares.

## Impacto de las TIC en la enseñanza de las Matemáticas.

Es innegable el impacto de las TIC (Tecnologías de la Información y Comunicación) en casi todos los ámbitos de la sociedad. Entre ellos, el laboral y el educativo. Se habla de otras siglas, las TAC (Tecnologías del Aprendizaje y del Conocimiento), que indican la aplicación de las TIC al aprendizaje y la docencia. En la enseñanza, no se puede dejar de lado su utilización: se han de integrar en el aula y se ha de familiarizar la comunidad educativa en su conocimiento y en su uso, pues, aparte de la utilidad como ayuda para adquirir conocimientos y habilidades, mas tarde el alumno las volverá a encontrar en su vida laboral o personal o simplemente como ciudadano.

Diversos son los aspectos de la enseñanza, y más concretamente la de Matemáticas, en los que inciden las TIC como una herramienta valiosa para el desarrollo de las materias correspondientes a los programas de la asignatura en la Educación Secundaria. El mundo digital permite un mejor desarrollo de:

- La comunicación en el centro, en la clase, entre los alumnos o en general toda la comunidad: padres, profesores, alumnos, etc. Se puede desarrollar la formación en cualquier lugar (no presencial) y la educación informal y autoformación.
- El método educativo y la enseñanza. Su uso didáctico. El análisis crítico y la resolución de problemas.
- La obtención de información, su búsqueda y selección, no solo basada en la clase o en el texto.
- La transmisión y presentación de la información, tanto por los profesores como los alumnos o el centro.
- La educación personalizada y a distancia. La interactividad. La formación permanente. La investigación, la creación y la innovación.
- La motivación y el juego como herramienta de aprendizaje
- El trabajo colaborativo. El trabajo en equipo.
- La evaluación y seguimiento. Refuerzo. Tratamiento de la diversidad.
- La gestión de los alumnos, notas, administración del centro, etc.

Poder introducir las TIC en todos esos aspectos de la enseñanza de las matemáticas exige una serie de destrezas y conocimientos que se han de añadir a los ya tradicionales de leer, escribir, calcular, etc. Esta materia, no será objeto del trabajo, salvo en aquella parte necesaria para explicar algún tipo de fundamento necesario para el desarrollo de ejercicios, consultas, organización, etc. Puede considerarse que el adquirir el conocimiento de las TIC tiene entidad propia para que se trate en una materia común a las demás con educadores especializados. Además del “aprendizaje de la tecnología”, está el “aprendizaje con la tecnología”, en nuestro caso aplicado a las matemáticas.

## Algunas herramientas TIC para la enseñanza de las Matemáticas

Las TIC, tienen impacto en la enseñanza en prácticamente todas las áreas. La tabla (Tabla 1), muestra un resumen con algunos de los tipos de herramienta TIC que se utilizan o se pueden utilizar para realizar una tarea concreta. Si analizamos por funciones, podemos agrupar:

### Funciones de comunicación y trabajo colaborativo:

Se realizan entre los diversos niveles educativos: alumnos, profesores, padres, intercambio con otros centros, administración, etc. La comunicación se hace de una persona a otra, de una a muchas, de muchas a una o de muchas a muchas. Con ello, se permite también el trabajo colaborativo, para el que están surgiendo herramientas especiales que permiten crear usar y controlar las llamadas redes sociales. Cada uno de los casos, tiene herramientas que se adaptan mejor. Así a través de:

**E-Mail:** intercambio de correo a través de la red. Son populares sistemas como: HOTMAIL, GMAIL, etc. Permite una comunicación individuo a individuo o individuo a grupo. Los servidores de correo, almacenan los mensajes y los sirven a petición del destinatario. Se puede intercambiar todo tipo de datos: texto, imágenes, sonidos, ficheros, etc., aunque los buzones de los proveedores suelen tener un tamaño limitado. Con volúmenes grandes, es preferible la transferencia de ficheros FTP o bien transmitir los datos a un servidor en la red, para desde allí ser accedido o descargado por el destinatario (compartición de ficheros en la red, con sistemas como: RapidShare, Megaupload, Emule, BitTorrent, etc.). En el caso del correo, es posible tener varias bandejas: entrada, salida, borrado,... para mejor gestión y almacenamiento de las notas intercambiadas.

En Matemáticas, el profesor puede utilizarlo para proponer problemas, recibir y enviar soluciones, convocatorias, etc., y el alumno, para consultar al profesor, por ejemplo.

**Mensajería instantánea.** Se trata también de comunicación uno a uno generalmente, aunque se pueden introducir varias personas en la conversación “multiconferencia”. Hay muchos métodos y programas, IRC, Messenger, Skype, Lotus Sametime,... Son lo que se suele denominar “chats”. En casi todos se puede integrar también intercambio de datos: ficheros, fotos,...

En Matemáticas, puede ser útil para el trabajo colaborativo de los alumnos en grupos, donde se intercambian soluciones y trabajan conjuntamente sin necesidad de estar situados en el mismo lugar.

**Tablones de anuncios.** Que suelen ser de uno a muchos o de un grupo a muchos. Cómo los “bulletin boards”, periódicos en la red para las noticias, etc. Los **foros**, son sistemas de intercambio, de preguntas y respuestas, etc. en los que puede consultar y participar un gran número de personas. Las **wikis**, son herramientas colaborativas, que permiten ir enriqueciendo los temas con las aportaciones del conjunto de usuarios. La utilidad en matemáticas de los tablones para “colgar” problemas, soluciones y demás elementos es fácil de comprender. Los foros y las wikis, pueden ayudar a la propuesta y resolución de problemas, ejercicios y hacer que los alumnos se involucren en la investigación matemática. La **pizarra digital** que es un canal de comunicación presencial en el aula. Los **Weblogs o BLOGs**, que permiten intercambio de conocimientos y expresión de opiniones, informar, colaborar,...

**Redes sociales.** Como ejemplos, las creadas en torno a las herramientas Facebook, LinkedIn, Twitter... En ellas se produce el encuentro y el intercambio entre distintos estratos de la sociedad en muchos casos agrupados por amistad, preferencias, comunidades técnicas, y que utilizan casi todas las formas de comunicación ya mencionadas de una forma agrupada.

Son una buena oportunidad para el profesor de matemáticas de cara a crear grupos con sus alumnos y establecer un canal que permita el refuerzo de algunos temas, que los alumnos hagan sus aportaciones de ejercicios, dar nociones básicas de una forma amena y que luego se profundicen en clase, videos de clases, etc.



Muchos paquetes o “suits” de Software que traen un conjunto de programas: hoja de cálculo, procesador de textos, presentaciones, agenda,... que en principio fueron de uso en las oficinas de las empresas, luego de uso personal, y a los que se han ido añadiendo gran cantidad de funciones. Con la gran expansión de internet se han adaptado a ella, de manera que pueden permitir y facilitar también el trabajo colaborativo. Por ejemplo para actuar varias personas de un grupo de trabajo en la realización de una presentación. Entre las suits mas populares, están: Office, Lotus Smartsuite, Openoffice, etc. y algunas disponibles para su uso en la red, como Google Docs. Se puede hablar de la idea de cloud computing al utilizarlas sin tenerlas instaladas en el ordenador personal, sino desde la red.

En cuanto al **hardware utilizado**, si al principio fue el ordenador personal el más popular, ahora han surgido muchas variantes para permitir la comunicación prácticamente desde cualquier lugar. Así:

El **notebook o el netbook. TabletPC. IPAD de Apple. PDAs. Los teléfonos inteligentes, iPhone o Smartphone**, y otros dispositivos portátiles cuyas características se verán mas adelante, permiten no solo la comunicación, sino el aprendizaje en cualquier lugar. Muchos, son adaptaciones del ordenador personal para un trabajo, en general no autónomo, sino conectado a la RED. Por ello tienen una menor capacidad (menos disco, procesador, etc.), pero pueden realizar las mismas funciones que son proporcionadas por los servicios de proveedores de internet. Almacenamiento de ficheros, fotos, videos, aplicaciones, etc. se ubican y se utilizan remotamente, con una interfaz de usuario que facilita su uso.

La **intranet** del centro o campus virtual. Suelen ser redes internas de ordenadores, con estructura similar a internet y que se estructuran en torno a un ordenador central que actúa como servidor. Suele conectarse a la red externa, internet, y dar servicios a usuarios fuera del centro. Tienen funciones similares a las de internet: correo, espacio en disco, foros, chats, páginas web, herramientas administrativas, tablon de anuncios, portal de servicios, etc. Para crear una intranet, se podría utilizar el concepto “Cloud”, que liberara al centro de la dependencia en cuanto a la gestión de los ordenadores y redes.

Mediante la intranet: los profesores pueden desarrollar cursos, tener su página web, proponer actividades; los administrativos, gestionar y administrar el centro, la biblioteca, las aulas, los alumnos, proporcionar información del centro y las diversas secciones, etc.; los padres y alumnos, realizar gestiones, como efectuar la matrícula, consultar las notas, horarios, etc.; también los alumnos pueden tener su propia página web. En la intranet, se establecen distintos niveles de seguridad que se protegen con contraseñas.

<b>Función</b>	<b>Sistema</b>	<b>Herramientas</b>	<b>Hardware</b>
<b>Comunicación</b>	E-mail Foros WIKIS pag. WEB BLOGS	Hotmail, Webmail, Messenger, Skype, Outlook, Blogger, LotusLive, WebStudio, FrontPage, ...	PC, iPhone, Netbook, Pizarra digital, Comunicación por cables o inalámbrica. Red LAN, Internet....
<b>Enseñanza de los temas de clase</b>	Hojas de cálculo, Programas de gráficos, programas matemáticos, desarrollos propios,..	Excel, AutoCad, Math, Calculadora	Calculadora, PC, Piza- rra, iPhone, Wii, Xbox, Netbook, Tableta digital, iPad
<b>Búsqueda y obtención de información</b>	WWW, Internet, Hipertexto-hipermedia, Indices digitalizados de Bibliotecas o instituciones, ...	Google, Yahoo, Altavista, Wikipedia, DVD, Enciclopedias digitales, Portales, e-Book	PC, iPhone, RED (ADSL, WAN, LAN,...), e-Book
<b>Trabajo colaborativo</b>	Redes sociales, Programas adaptados, Wikis, Bookmarks	Wikis, Facebook, Twiter, Office de Microsoft, Google Docs, LotusLive, Delicious (bookmarks), ...	PC, iPhone, RED (ADSL, WAN, LAN,...)
<b>Presentación y organización del trabajo.</b>	Programas y paquetes de SW. Herramientas de la WWW.	Power Point, Symphony, Openoffice, Microsoft Media Maker. Google Docs. Editores de páginas web y multimedia. De gráficos....	PC, iPhone, Netbook, Pizarra digital. Cámara de fotos y video.
<b>Motivación</b>	Juegos, Vídeos, TV, sonido, Multimedia	Wii, Xbox, Nintendo, TV, Cine. Nintendo, Juegos de la red, ...	Proyector, DVD, Cámara, Videobeam, consolas de videojuegos.
<b>Evaluación y refuerzo.</b>	Programas y paquetes de SW de e-Learning, CBT, ...	Recursos Web, Programas generales y específicos con la parte de evaluación. Moodle. Atutor, Flash	WWW, Internet, PC, ...
<b>Gestión: alumnos, notas, horarios, centro</b>	Intranet del centro. Paquetes de SW específicos,	Intranet, Excel, Portales	Servidores, internet, Pcs, redes LAN, ..
<b>E-learning, CBT. Enseñanza individualizada. Autoaprendizaje.</b>	Programas para desa- rrollo Aplicaciones libres o del mercado, como CourseLab.	Power Point, Flash, recursos de la web, e-learning Suite, Demo creator, Atutor, Moodle	Servidores, internet, Pcs...

**Tabla 1.**

## Ventajas e inconvenientes del uso de las TIC en Matemáticas.

Del uso del **Ordenador Personal**. Algunas de las ventajas e inconvenientes.

### *Ventajas:*

- **Motivación.** Siempre que los problemas se expongan adecuadamente, o se utilicen juegos o simulaciones que “enganchen” al alumno. Facilidad para utilizar multimedia relacionada con las matemáticas: biografías de científicos, videos de desarrollo de temas de clase, etc. Componente atractivo y lúdico.
- Permite **actividades de aprendizaje** mediante programas con distintos niveles de dificultad que hacen que el alumno utilice y desarrolle sus capacidades mentales.
- **Autocorrección de los errores** que se comenten en la resolución de test y problemas matemáticos, así como la evaluación y autoevaluación. **Respuesta inmediata** en las soluciones, que hace que no se tenga que esperar a conocer el resultado de un problema a que lo corrija el profesor, perdiendo de esta forma la motivación y la concentración.
- **Enseñanza orientada e individualizada** que permite resultados rápidos. Avance al ritmo del alumno, pues no se han de repetir cuestiones, como ocurre en el aula, cuando algún alumno no las entiende. Aprendizaje “a su ritmo”.
- **Creatividad e innovación** en la utilización y programación de recursos didácticos, con una amplia oferta de ellos.

### *Inconvenientes:*

- **Distracción y dispersión**, porque pueden dedicarlo a juegos no educativos o, si están en la red, a actividades de relación con compañeros u otros usos. Además, puede crear adicción en los juegos.
- **Implicación con la tecnología**, que si bien es útil para otras áreas didácticas, puede ser un problema en el aprendizaje específico de matemáticas el tener que resolver errores de funcionamiento, impresión, virus,... Necesidad de actualizaciones del Software. Impacto económico.
- **Calidad y adecuación** de los materiales empleados. A veces los materiales, son demasiado rígidos y no son capaces de responder a las dudas y necesidades del alumno
- **Aprendizaje sin esfuerzo.** En ocasiones, por la facilidad de aprender y la utilización de juegos y multimedia, se puede perder el arraigo de conocimientos que se adquieren con mayor esfuerzo con otros medios (libros, atención en clase, etc.) y por tanto ser más superficiales. Este inconveniente está más agudizado en todos los dispositivos portátiles. Se podría hablar del aprendizaje “del sofá”.
- **No integración en el grupo.** Si el alumno se aísla con el ordenador, le puede resultar luego difícil socializarse en el grupo para resolver ejercicios o trabajos conjuntos.
- **Cansancio físico** en la utilización de las pantallas, ergonomía, etc.

En cuanto al **uso de INTERNET**, además de casi todas las enumeradas para el uso de los Ordenadores Personales, como la motivación, están las derivadas de todo lo que supone la intercomunicación que, además, agudiza muchos de los inconvenientes. Algunas ventajas e inconvenientes específicos:

#### *Ventajas:*

- **Ayuda a la comunicación** entre la comunidad educativa. En particular entre profesores y alumnos. En matemáticas, se pueden proponer ejercicios, exponer temas, presentar trabajos y soluciones, etc. Los centros, usar tablones de anuncios para el área o “colgar” exámenes o ejercicios. Mejor y más rápida comunicación y contacto, que además puede ser personalizado. Comunicación a y de los padres y la Administración.
- **Trabajo en grupo y colaborativo**, sin necesidad de estar en el aula.
- **Investigación, búsqueda de información, creatividad, innovación.** Este recurso permite el acceso a grandes cantidades de información, programas, multimedia, etc. para todos los aspectos. Por ejemplo, el profesor puede hacer que el alumno investigue sobre un tema que él tan solo enuncia, o bien pedir al alumno que busque una biografía de un científico. O bien, el propio profesor, preparar un tema o proponer actividades. Abre un horizonte mucho mayor que el libro de texto.
- **Flexibilidad de horarios** de aprendizaje y comunicaciones. Permite adaptar la enseñanza al tiempo disponible más fácilmente.
- **Facilidad de evaluación y seguimiento.** Se puede seguir el “rastro” y controlar la actuación de los distintos estamentos involucrados en la enseñanza de las Matemáticas.
- **Intercambio con otros profesores**, alumnos y centros de una forma fácil y “al momento”. Compartir recursos didácticos y métodos.
- **Multidisciplinaridad.** En la web, se puede usar como elemento educativo.

#### *Inconvenientes:*

- **Demasiada información.** Que puede hacer que haya un desánimo o que no se consulte o utilice la información o recurso más adecuado.
- **Sensación de perder el tiempo** “navegando en la red” cuando no se llega al objetivo de aprendizaje o se usan recursos de poca “calidad” educativa.
- **Fiabilidad de la información.** Las fuentes muchas veces no están contrastadas, y se necesita un buen criterio (que los alumnos normalmente no tienen) para discernir la calidad de la información. En Matemáticas, esto es muy importante, pues se han de regir por el máximo rigor.
- **Difícil control de lo original** respecto a la copia. Cuando se hacen trabajos, se puede usar la técnica de “copiar y pegar”. Esto puede llevar a situaciones de violación de los derechos de autor.
- Agudización de la **adicción y aislamiento** del alumno o el usuario. Utilización de páginas o medios no adecuados para una determinada edad. Se exige la educación para un uso responsable como complemento a la formación en TIC.

Los **dispositivos portátiles**, como los teléfonos móviles inteligentes, tabletas digitales – iPad, e-Book, PDAs, netbooks y otros, junto con la extensión de la red inalámbrica y el uso conectado, tienen también ventajas e inconvenientes adicionales. En muchos casos, agudizan las ya mencionadas, además de incorporar novedades. Entre sus características se cuentan:

- Tamaño y peso reducidos.
- Pantalla táctil y móvil. Permite trabajar sin teclado ni mouse. Los sistemas operativos se han de adaptar a este uso táctil. Suelen llevar un puerto USB para conectar periféricos.
- Los más manejables no llevan teclado, salvo si se conecta de forma externa.
- Tienen un Software específico. Si usan Sistemas Operativos más comunes, se han de adaptar (XP Tablet PC,...). Un sistema que se está generalizando y es open, es el Android, que permite descargar Apps, que son aplicaciones gratis o de pago (en general baratas), que amplían las funciones básicas.
- Suelen llevar incorporada la aplicación de correo electrónico y organizador personal, así como acceso a internet inalámbrico (WIFI o 3G).

#### *Ventajas:*

- **Portabilidad**, debido al bajo peso. Si se añade que la mayoría son conectables de forma inalámbrica y pueden acceder a internet o a correo.
- **Versatilidad**, pues suelen llevar incorporado el teléfono, cámara de fotos y funciones de un PC.
- La **batería es de mayor duración** que en los ordenadores portátiles, por el pequeño uso que hacen sus componentes.
- La **pantalla táctil**, es una forma más natural de comunicación con el ordenador que el mouse y el teclado.
- **Motivación** para aprender en cualquier momento y lugar.
- Utilización como modalidad de **pizarra individual**.
- Existen **Apps de matemáticas** (álgebra, gráficos,...), y pueden tener utilidad para lectura de libros electrónicos, aunque para esto, se adaptan mejor los llamados e-books.

#### *Inconvenientes:*

- Tienen **menos potencia** (CPU, memoria, disco,...) que los ordenadores personales y generalmente, dependen de una conexión para trabajar.
- **Adaptación del usuario** a trabajar sin teclado y mouse, que suele costar un esfuerzo importante.
- **Ergonomía**. Si bien se puede orientar en cualquier dirección y adaptarse a la persona, la pantalla es más pequeña y puede obligar a que se fuerce la vista. Especialmente en los teléfonos.
- **Teclado**. En algunos aparatos, especialmente teléfonos, la adaptación del usuario a teclados “extraños”, es difícil.
- El **precio es aún elevado** y aun es mayor en periféricos.
- **Fragilidad**. Se han de cuidar más que un PC portátil para evitar caídas o daños de manejo.

Las **consolas de videojuegos**, Nintendo, Wii, etc. también son un elemento a tener en cuenta en la enseñanza de las matemáticas. Su principal ventaja para los niños y jóvenes, especialmente, es la motivación y el resultado inmediato. Se han desarrollado juegos con este fin, pero no abundan juegos que ayuden a aprender Matemáticas, a aprender cosas nuevas. Normalmente son juegos sobre cosas que ya saben y que se pueden ejercitar con este método.

## Aplicaciones de Software para la enseñanza basada en las TIC.

Existe gran cantidad de aplicaciones de ordenador y también en internet para la enseñanza de Matemáticas, realización de ejercicios, test matemáticos y todo lo relacionado con su didáctica en la Enseñanza Secundaria. En este apartado, se van a ver algunas, como ejemplo, con sus características y su aplicación para la enseñanza de determinados aspectos de las Matemáticas o para el desarrollo y gestión de cursos e-learning.

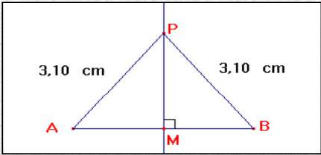
### CABRI

Uno de los métodos de desarrollo es el CABRI y CabriWeb, que es un software de geometría interactivo, para enseñar y aprender geometría y trigonometría. Permite animar figuras geométricas y demostrar relaciones entre puntos geométricos. El IES Santillana en el enlace <http://www.iesmarquesdesantillana.org/departamentos/matem/index.htm> tiene una serie de materiales didácticos realizados con este software. A continuación se puede ver como aparecen para el alumno:


**TALLER DE MATEMÁTICAS ASISTIDO POR ORDENADOR**  
**(4º E.S.O.) HOJA 2**

1. Mediatriz de un segmento.

Dibuja un segmento AB y su mediatriz. Señala un punto P sobre la mediatriz.



a. Mide la distancia PA y PB. Mueve el punto P sobre la mediatriz y observa el valor de las distancias.  
b. CONCLUSION: Los puntos que se encuentran sobre la mediatriz de un segmento AB tienen la siguiente propiedad: \_\_\_\_\_  
c. ¿Cómo se dibuja la mediatriz de un segmento?

Enlace a página interactiva:  (se abre en una página nueva)

2. Dibuja ahora tres puntos A, B, C (no alineados) y las mediatrices de AB y de BC.

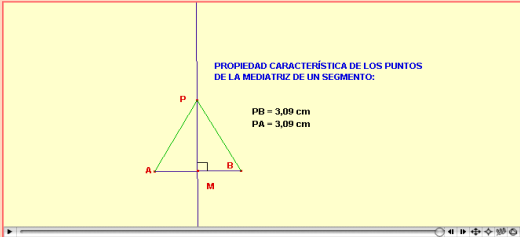
a. ¿Qué propiedad tienen los puntos que están sobre la mediatriz de AB?  
b. ¿Qué propiedad tienen los puntos que están sobre la mediatriz de BC?

El enlace del final de cada ejercicio planteado, nos lleva a una pantalla como la siguiente, donde mediante botones, se puede ver el progreso y se pueden modificar los distintos valores para generar nuevos casos.

## Mediatriz de un segmento

El siguiente applet permite ver la propiedad que caracteriza a los puntos de la mediatriz de un segmento.

Puedes arrastrar el punto P, así como cambiar la longitud del segmento AB arrastrando con el ratón sus extremos.

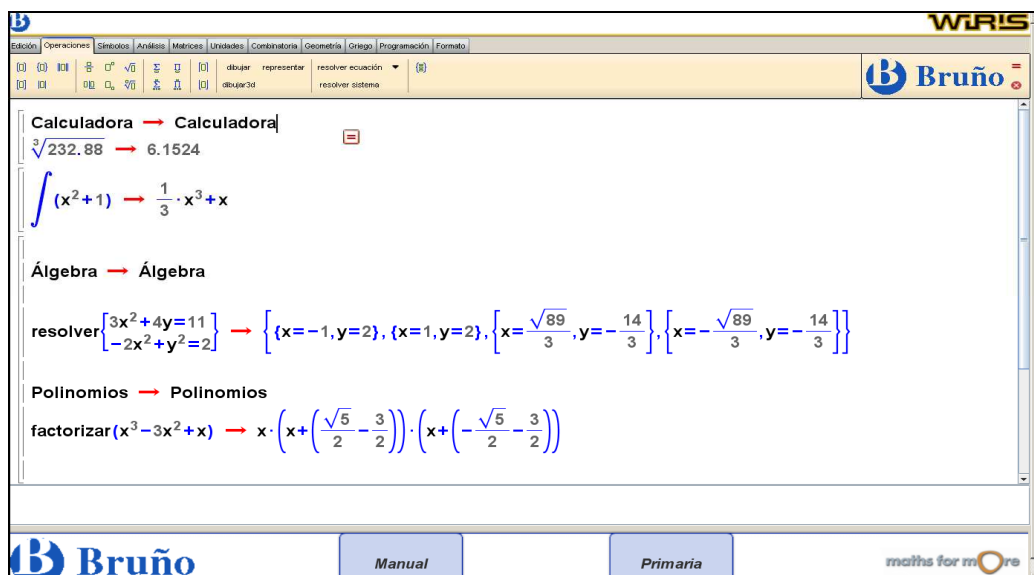


**PROPIEDAD CARACTERÍSTICA DE LOS PUNTOS DE LA MEDIATRIZ DE UN SEGMENTO:**

PB = 3,09 cm  
PA = 3,09 cm

## WIRIS

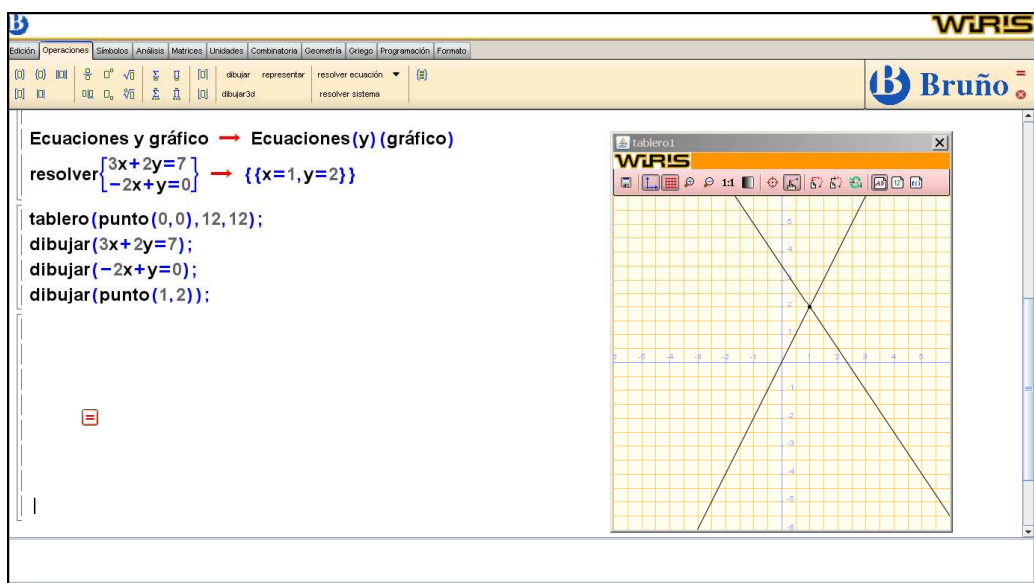
Otra aplicación que funciona como un editor científico y programa de cálculo simbólico, pues es capaz de trabajar con fórmulas matemáticas, es WIRIS. Se puede utilizar con: los números, álgebra, funciones, derivadas, integrales, programación lineal y geometría analítica del espacio. En el enlace <http://www.infoymate.es/wiris/index.htm>, se puede ver temas relacionados con WIRIS y utilizarlo. Así, resuelve y dibuja por ejemplo:



The screenshot shows the WIRIS software interface with the following content:

- Calculadora** → Calculadora:  $\sqrt[3]{232.88} \rightarrow 6.1524$
- Integrales** →  $\int (x^2 + 1) \rightarrow \frac{1}{3} \cdot x^3 + x$
- Álgebra** → Álgebra: resolver  $\begin{cases} 3x^2 + 4y = 11 \\ -2x^2 + y^2 = 2 \end{cases} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} x = -1, y = 2 \\ x = 1, y = 2 \end{matrix} \right\}, \left\{ x = \frac{\sqrt{89}}{3}, y = -\frac{14}{3} \right\}, \left\{ x = -\frac{\sqrt{89}}{3}, y = -\frac{14}{3} \right\}$
- Polinomios** → Polinomios: factorizar  $(x^3 - 3x^2 + x) \rightarrow x \cdot \left( x + \left( \frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{3}{2} \right) \right) \cdot \left( x + \left( -\frac{\sqrt{5}}{2} - \frac{3}{2} \right) \right)$

The interface includes a menu bar with options like Edición, Operaciones, Símbolos, Análisis, Matrices, Unidades, Combinatoria, Geometría, Griego, Programación, and Formato. The bottom bar shows the Bruño logo, a Manual button, a Primaria button, and the text 'maths for more'.



The screenshot shows the WIRIS software interface with the following content:

- Ecuaciones y gráfico** → Ecuaciones(y) (gráfico): resolver  $\begin{cases} 3x + 2y = 7 \\ -2x + y = 0 \end{cases} \rightarrow \{x=1, y=2\}$
- Tablero** → tablero(punto(0,0), 12, 12); dibujar(3x+2y=7); dibujar(-2x+y=0); dibujar(punto(1,2));

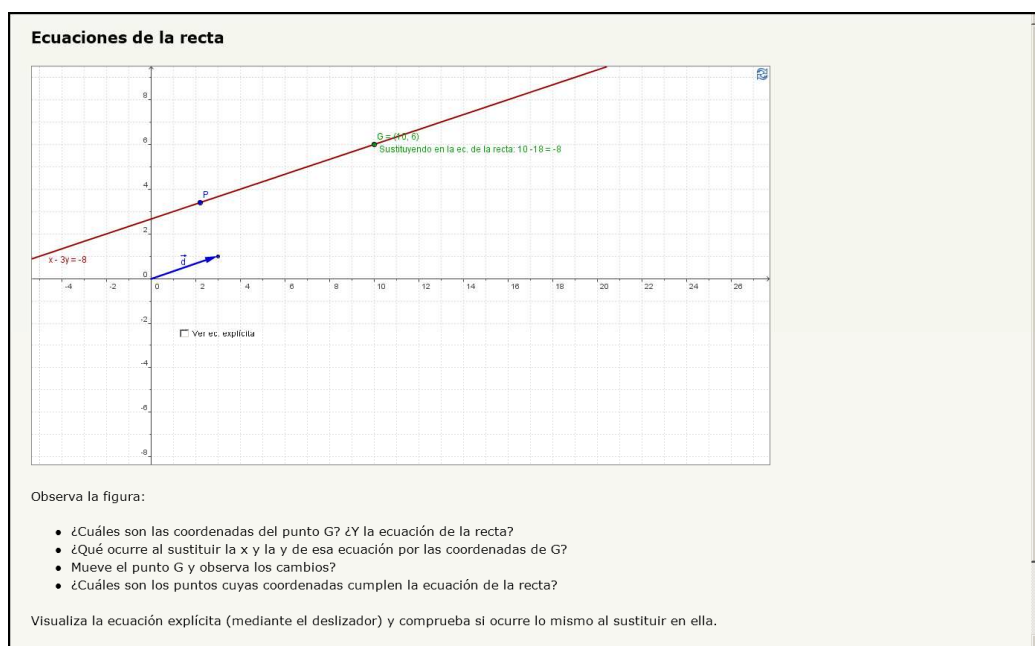
The interface includes a menu bar with options like Edición, Operaciones, Símbolos, Análisis, Matrices, Unidades, Combinatoria, Geometría, Griego, Programación, and Formato. The bottom bar shows the Bruño logo, a Manual button, a Primaria button, and the text 'maths for more'. A graph window titled 'Tablero1' is open, showing a coordinate plane with a grid. Two lines are plotted: a blue line representing  $3x + 2y = 7$  and a red line representing  $-2x + y = 0$ . The lines intersect at the point (1, 2), which is marked with a red dot.

## GEOGEBRA.

Es un software matemático libre para educación, que permite hacer un compendio de matemática con software interactivo, reuniendo geometría, álgebra y cálculo, y por eso puede ser usado también en física y otras disciplinas. Pueden realizarse construcciones a partir de puntos, rectas, semirrectas, segmentos, vectores, cónicas, etc. Todo lo que se traza es modificable en forma dinámica: es decir que si algún objeto B depende de otro A, al modificar A, B pasa a ajustarse y actualizarse para mantener las relaciones correspondientes con A. Por ejemplo, podemos ver una serie de ejercicios en:

<http://docentes.educacion.navarra.es/msadaal/geogebra/index.htm>

que son recursos didácticos desarrollados con Geogebra. Por ejemplo:



## OTROS

Existen muchos programas de desarrollo en Matemáticas como: **Maltlab**, programa de cálculo numérico que utiliza continuamente las matrices; **Maple**, es un producto de MapleSoft, empresa desarrolladora de software de educación matemática, especializado en cálculo simbólico; **Mathematica**, que es un software computacional y también un potente lenguaje de programación, y otros.

Diversos ejercicios y problemas para su resolución y evaluación interactiva, se encuentran en la red en numerosas páginas. Así, en: <http://www.internet4classroom.com/>.





## Aplicaciones para E-Learning y CBT.

**MOODLE** (*Module Object-Oriented Dynamic Learning Environment*). Es un ejemplo de este tipo de aplicaciones que permite crear un ambiente educativo virtual, gestión de cursos, comunidades de aprendizaje, etc. Fue creado como software open por Martin Dougiamas, basado en las ideas del constructivismo en pedagogía. Es una aplicación Web que se ejecuta en muy diversos sistemas operativos. Permite desarrollar actividades, sistema de colaboración, reflexión crítica, etc. con una interfaz de navegador de tecnología sencilla, ligera y compatible, que tiene énfasis en la seguridad.

Con él, se pueden crear cursos online, presenciales o semi-presenciales, salas virtuales, portales, webs,... Permite enseñar mediante foros, blogs, wikis, enlaces, multimedia, test, etc. Tiene recursos y módulos: Transmisivos, que permiten transmitir información; Colaborativos; Interactivos; De comunicación.

Para ver algún ejemplo, se puede acceder en la web al enlace:

<http://i-matematicas.com/blog/tag/aula-moodle/>

Hay ejercicios, evaluaciones, etc. procedentes del proyecto Descartes del Ministerio de Educación. Se pueden ver muchos temas con ejercicios y autoevaluaciones, como el de la figura siguiente:

The screenshot displays a web-based trigonometry exercise. At the top, a blue header reads 'TRIGONOMETRÍA', followed by a light blue sub-header 'Geometría'. The main title of the exercise is '2. RAZONES TRIGONOMÉTRICAS DE UN ÁNGULO AGUDO. AUTOEVALUACIÓN.' Below this, there are two tabs: 'EJERCICIO' and 'SOLUCIÓN'. The exercise text states: '2. En un triángulo rectángulo se conocen  $a = 37$ ,  $b = 35$ . Calcular:  $\text{sen } B$ '. A diagram of a right-angled triangle ABC is shown, with the right angle at A, side AC = 35, side AB = 37, and angle B at vertex B. The user's input,  $\text{sen } B = \frac{35}{37}$ , is shown in red. Below the input, the word 'Correcto' is displayed in green. At the bottom of the exercise area, a pink bar shows the results: 'Bien=1', 'Mal=1', and 'Nota=5'. The footer of the page includes the name 'Miguel Ángel Cabezón Ochoa' and the copyright notice '© Ministerio de Educación y Ciencia. Año 2006'.

Existen otras herramientas, gratuitas o no, que se pueden localizar en internet. Así: "ATUTOR Learning Mangement System", "e-Learning Authoring Tool", "Flash Course Development Toolkit", "Learning Management System", etc. Como su nombre indica algunas son de edición y otras de gestión.

## Casos prácticos planteados con AUTOCAD

Se han desarrollado, como ejemplo de utilización de las TIC en Matemáticas, una serie de casos prácticos para utilizar en las clases con los alumnos, o para proponérselos y orientarles en el uso de esta herramienta, que es muy práctica para entender y trabajar con los conceptos geométricos: rectas, gráficas, planos, volúmenes, escala,... Para el tratamiento de figuras geométricas, situándolas en unas coordenadas cartesianas. Para el cálculo de áreas y de perímetros. Descripción y propiedades de las figuras. Para adquirir la noción de volumen. Semejanza. Teorema de Tales. Razón de semejanza. Escala. Uniones, intersecciones y extrusiones. Poliedros regulares, traslaciones giros y simetrías. Resolución de problemas gráficos, trazado de objetos paralelos, tangencias, etc.

Los casos que se plantean en este trabajo, son:

- Triangulación,
- Polígonos regulares,
- Tangencias,
- Volúmenes

Si los alumnos no conocen AutoCad, pueden aprender rápidamente el manejo básico y necesario para realizar ejercicios. Se les va enseñando las funciones que necesitan en cada caso, para no enfrentarles a la complejidad de la herramienta sin conocimientos previos.

## GEOMETRÍA. TRIÁNGULOS

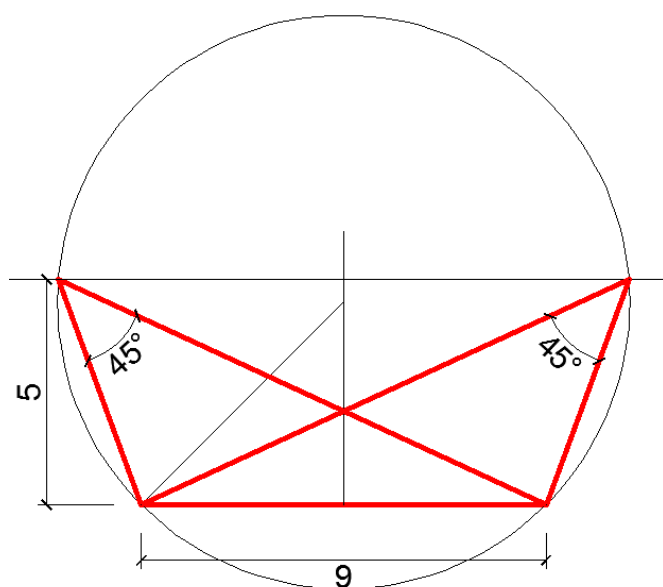
**Título:** Construcción de triángulos dada la base, la altura y el ángulo opuesto a la base.

**Objetivo didáctico:**

Construcción de triángulos, dados unos datos, como pueden ser en este caso, un lado, la altura y el ángulo opuesto.

**Método, desarrollo y resolución:**

Un triángulo tiene de base 9 cm., y su altura es de 5 cm., y el ángulo superior es de  $45^\circ$



- 1\_ Dibujar el lado 9cm
- 2\_ Hacer una equidistancia a 5cm.
- 3\_ Colocar  $45^\circ$  en un vértice del lado 9cm y donde corte con la mediatriz encontrar el centro de la circunferencia que inscribe el triángulo. Utilizando así el método de arco capaz.

**Discusión:**

En el ejercicio se ha tratado de que se apliquen los conocimientos de geometría necesarios para la resolución del mismo. A su vez, durante la resolución del problema se comprueban mediante las herramientas de las que dispone el programa de manejo, AutoCad, que las distancias, las soluciones y los ángulos son los correctos. Se pueden plantear otros ejercicios de construcción de triángulos, dados por ejemplo dos lados y un ángulo, los tres lados, etc. para que el alumno se ejercite con los elementos que constituyen un triángulo.

**Comentario:**

Se aplican los conocimientos previos de geometría para la resolución del ejercicio, así como: Arco Capaz, conocimiento de alturas de triángulos, distancias...

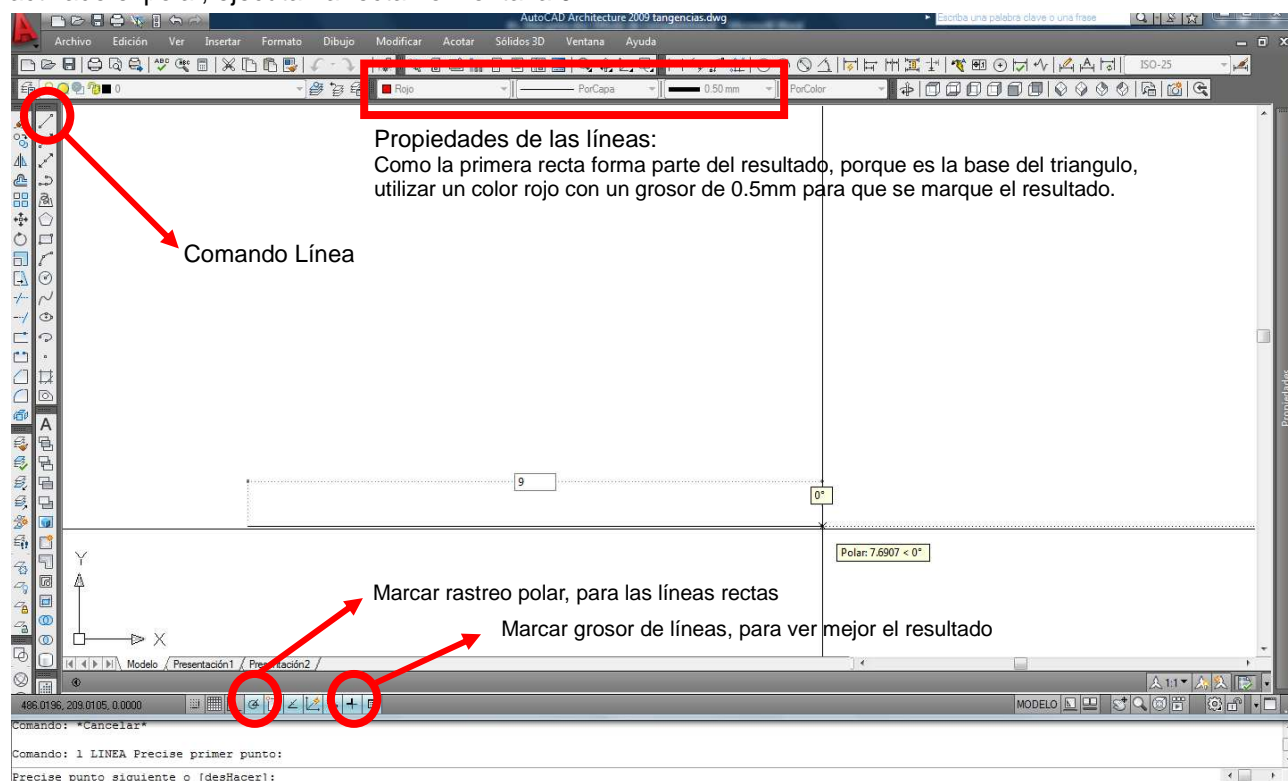
**Conclusiones:**

El desarrollo de este ejercicio, ayuda a la comprensión de ángulos, el conocimiento de las alturas de triángulos, las proporciones de estos e incluso la suma de los ángulos de un triángulo.

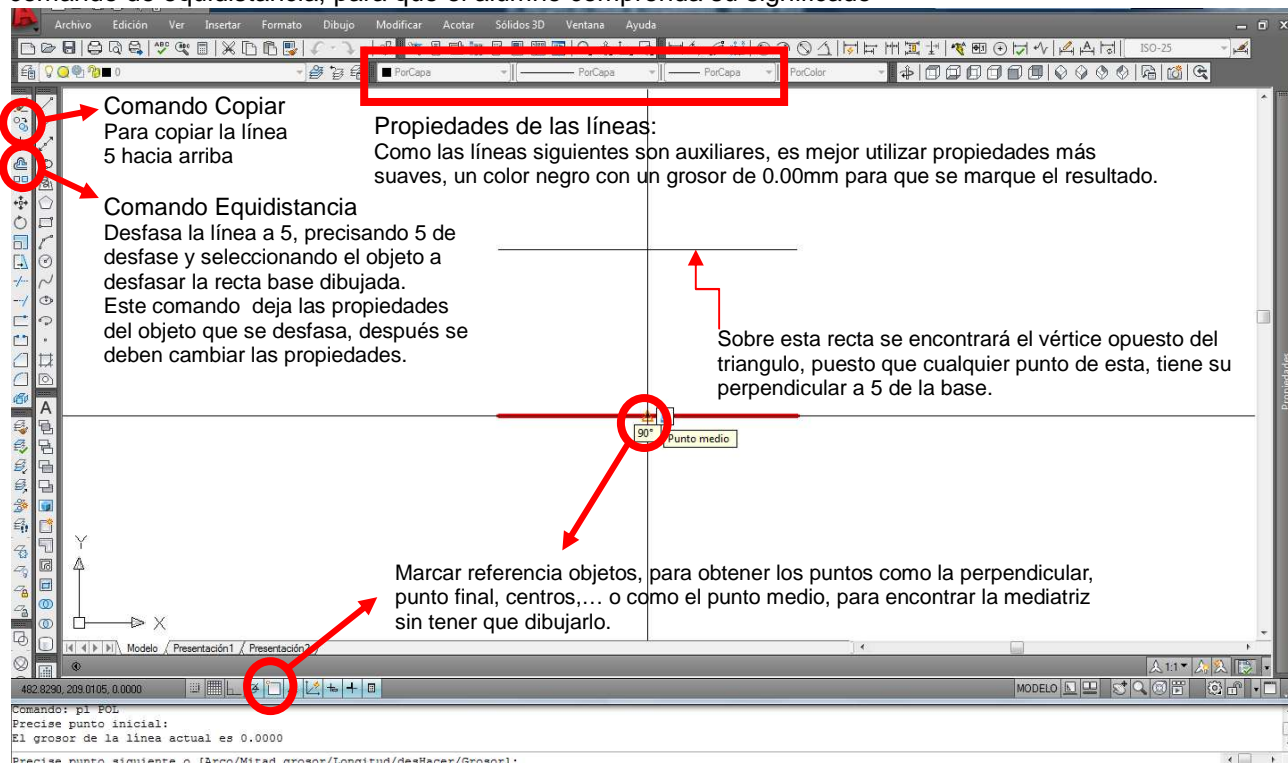
A su vez, la utilización del programa de AutoCad para el mismo, es eficaz para la realización del ejercicio, el cual permite una ejecución más rápida y precisa que con el uso de papel y lápiz. Esto redundará en que la clase pueda ser más ágil y dinámica, y se puedan realizar más actividades de este tipo.

## Proceso del ejercicio:

Una vez ejecutado el programa de AutoCad, se realiza la primera fase del ejercicio que en este caso sería la construcción de la base del triángulo de 9, utilizando el comando línea de la barra de herramientas o con el comando "l" intro, designando el primer punto y teniendo activado el polar, ejecutar la recta horizontal a 9.

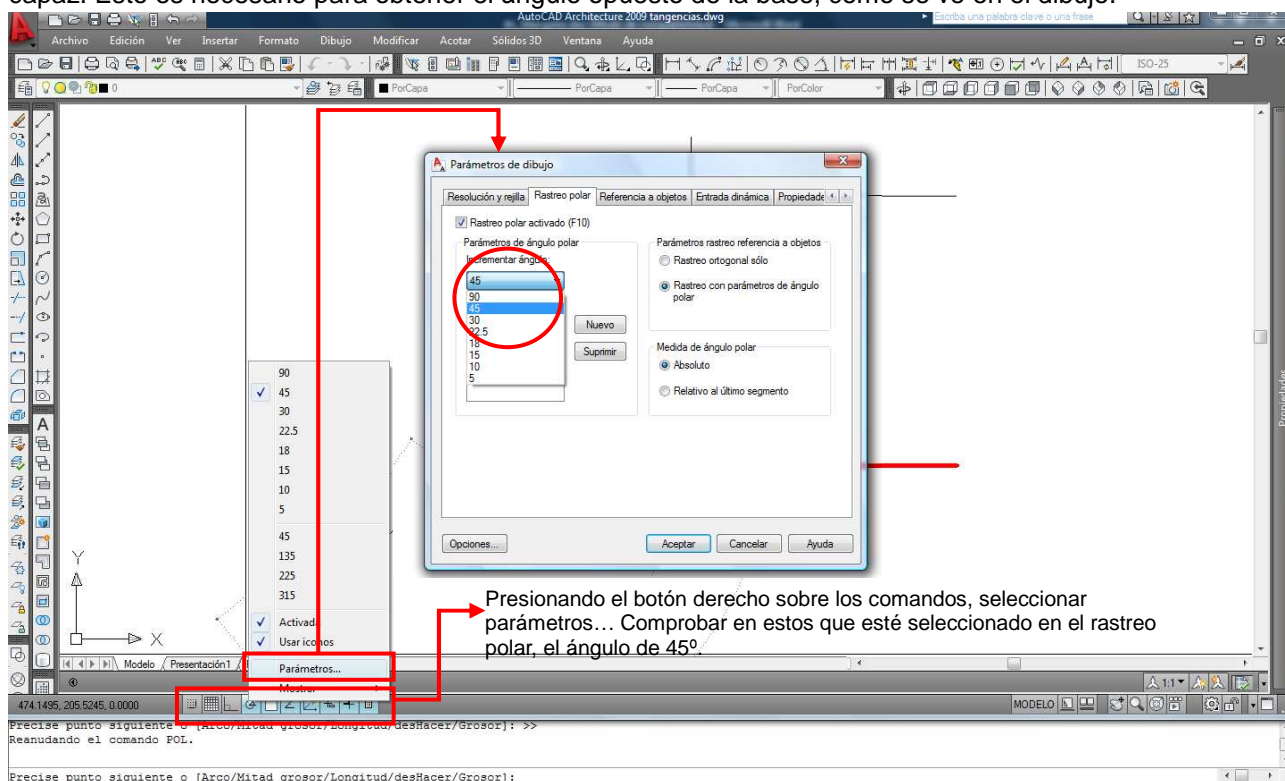


Cambiando las propiedades de las líneas a negro más fino, para utilizarlo como auxiliar, dibujar una equidistancia de la base a 5 para marcar la altura, tal y como dice el enunciado. Esto se puede realizar dibujando una nueva línea a 5 de separación o haciendo una equidistancia a 5 o copiando la línea... hay varias formas de solucionarlo, es bueno utilizar el comando de equidistancia, para que el alumno comprenda su significado

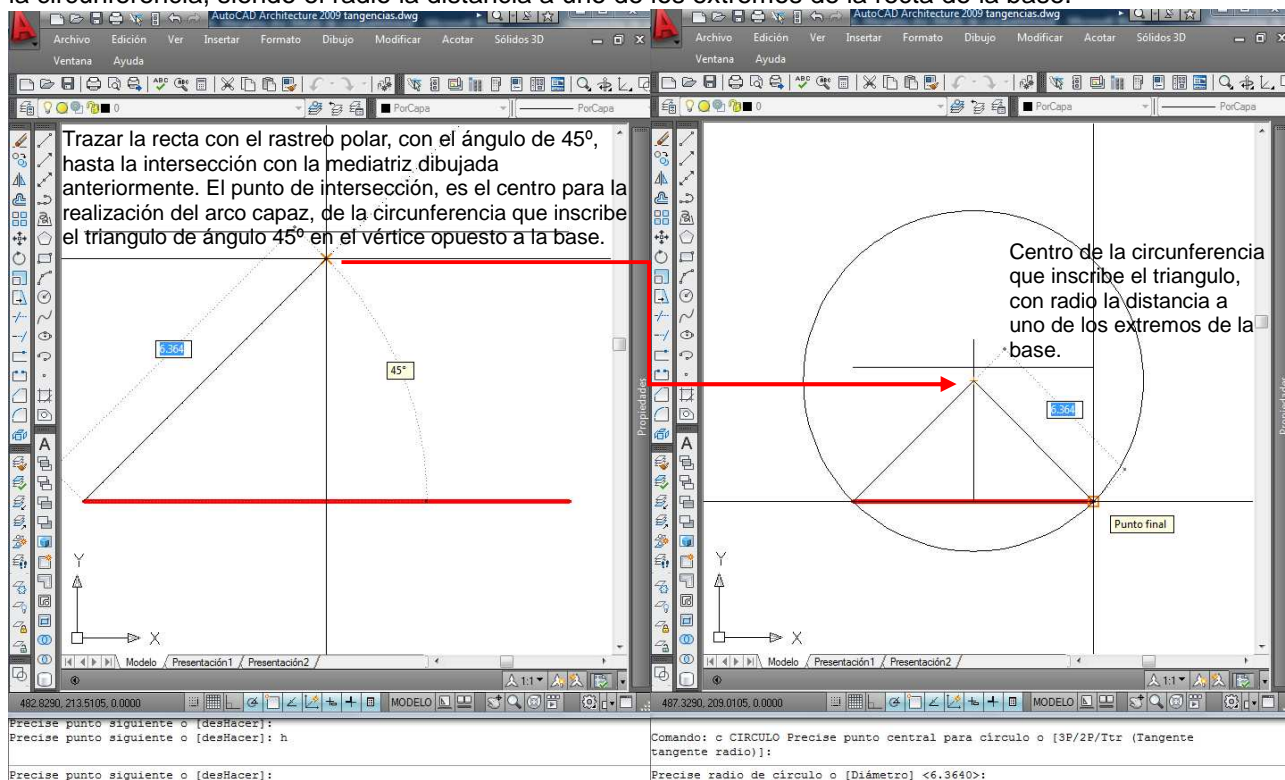


Con la referencia de objetos marcada podemos obtener el punto medio de la base, desde la cual se puede dibujar una línea para obtener la mediatriz de una manera directa.

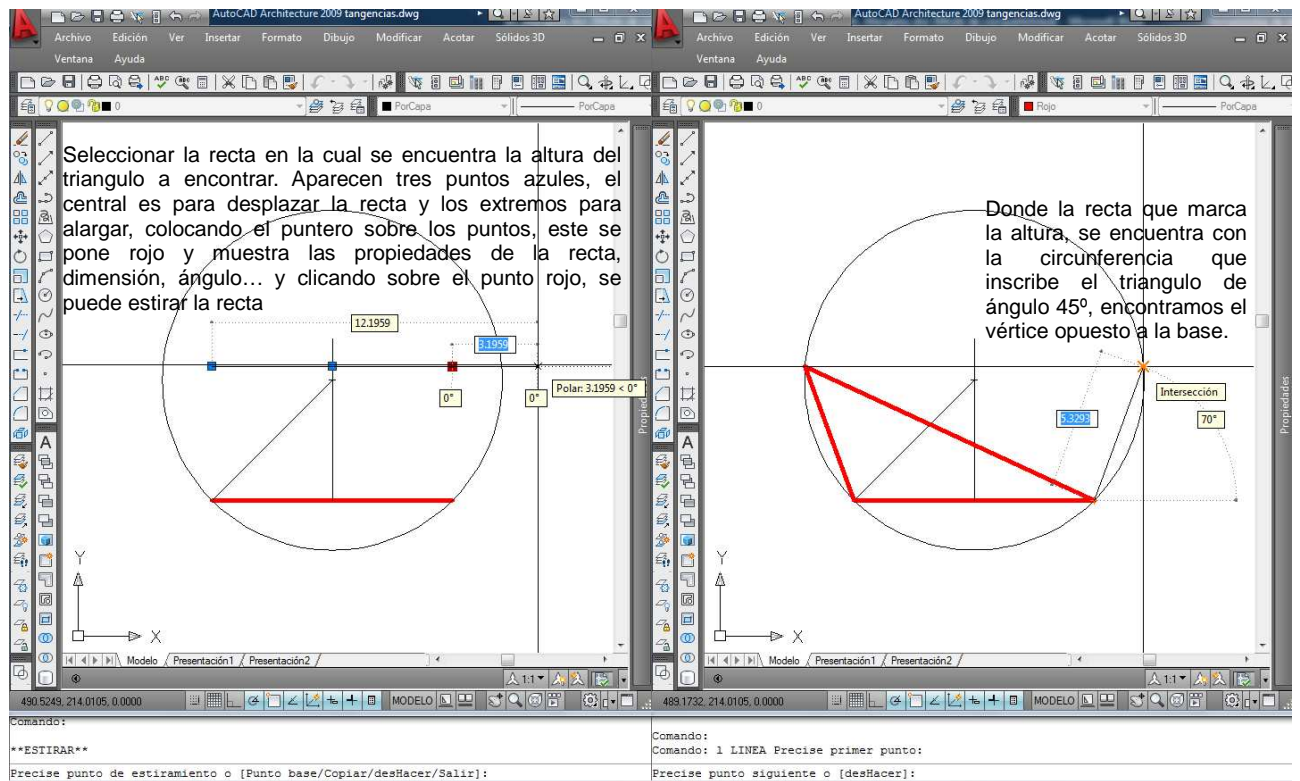
Teniendo en los parámetros de dibujo del programa de AutoCAD para rastreo polar, marcado el ángulo de  $45^\circ$  tal y como nos pide el ejercicio, para poder dibujar nuestro arco capaz. Esto es necesario para obtener el ángulo opuesto de la base, como se ve en el dibujo.



Se dibuja el arco capaz de la circunferencia que tiene en cualquiera de sus puntos un ángulo de  $45^\circ$  en el vértice opuesto a la base del triángulo a dibujar. Para ello se traza la recta a  $45^\circ$  de uno de los vértices de la base y donde se encuentra con la mediatriz tiene el centro de la circunferencia, siendo el radio la distancia a uno de los extremos de la recta de la base.



Alargando la recta equidistante a la base a 5, hasta cortar con la circunferencia que inscribe el triángulo con un ángulo opuesto de  $45^\circ$  a la base, los puntos de corte que se crean, serán los dos posibles vértices opuestos a dicha base que cumplen la condición. Puede verse, en consecuencia, que hay dos soluciones posibles.



## GEOMETRÍA. POLÍGONOS

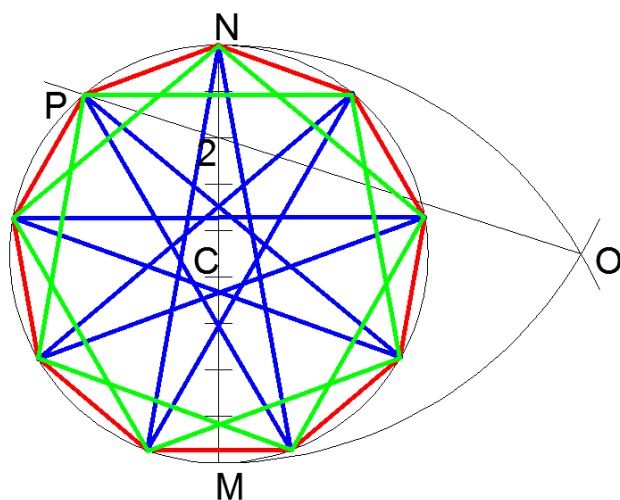
**Título:** Construir un polígono regular inscrito en una circunferencia. Y sus correspondientes estrellas.

**Objetivo didáctico:**

Trabajar con la construcción de polígonos regulares, dado el radio de la circunferencia en el que está inscrito.

**Método, desarrollo y resolución:**

Construir un Eneágono inscrito en una circunferencia de radio 4 y sus correspondientes estrellas interiores.



- 1\_ Arco con centro en N y radio NM y arco con centro en M y radio MN encontramos O.
- 2\_ Dividir el diámetro en 9 partes iguales.
- 3\_ Trazar una recta de O al punto 2 del segmento dividido y donde corta a la circunferencia en P encontramos el lado del polígono regular, NP.
- 4\_ Una vez encontrado el lado NP, con la misma longitud se marcan en la circunferencia que inscribe el polígono regular los nueve segmentos, obteniendo el eneágono regular.

**Discusión:**

Sin necesidad de esta aplicación teórica de construcción de polígonos regulares, se puede realizar en AutoCAD la geometría de estos, tanto inscritos, como circunscritos, de forma directa y con la inclinación deseada. Se puede plantear el ejercicio a modo de comprobación.

**Comentario:**

La construcción de este ejercicio es puramente teórico i de comprobación. A su vez se podrían obtener las áreas, perímetros... del polígono a modo complementario, para hacer trabajar más a los alumnos.

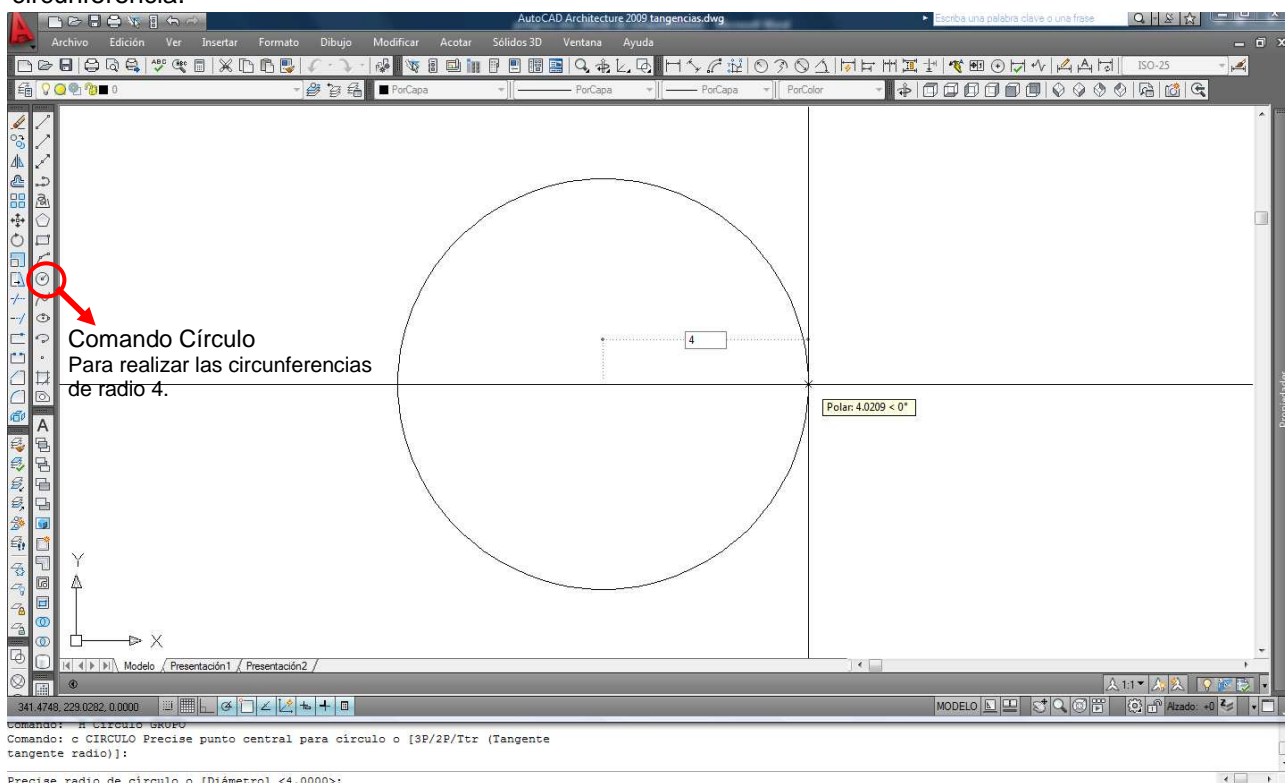
**Conclusiones:**

Este ejercicio de realización de polígonos regulares, ayuda a entender estas figuras, las relaciones entre sus elementos y aprender a dibujarlos.

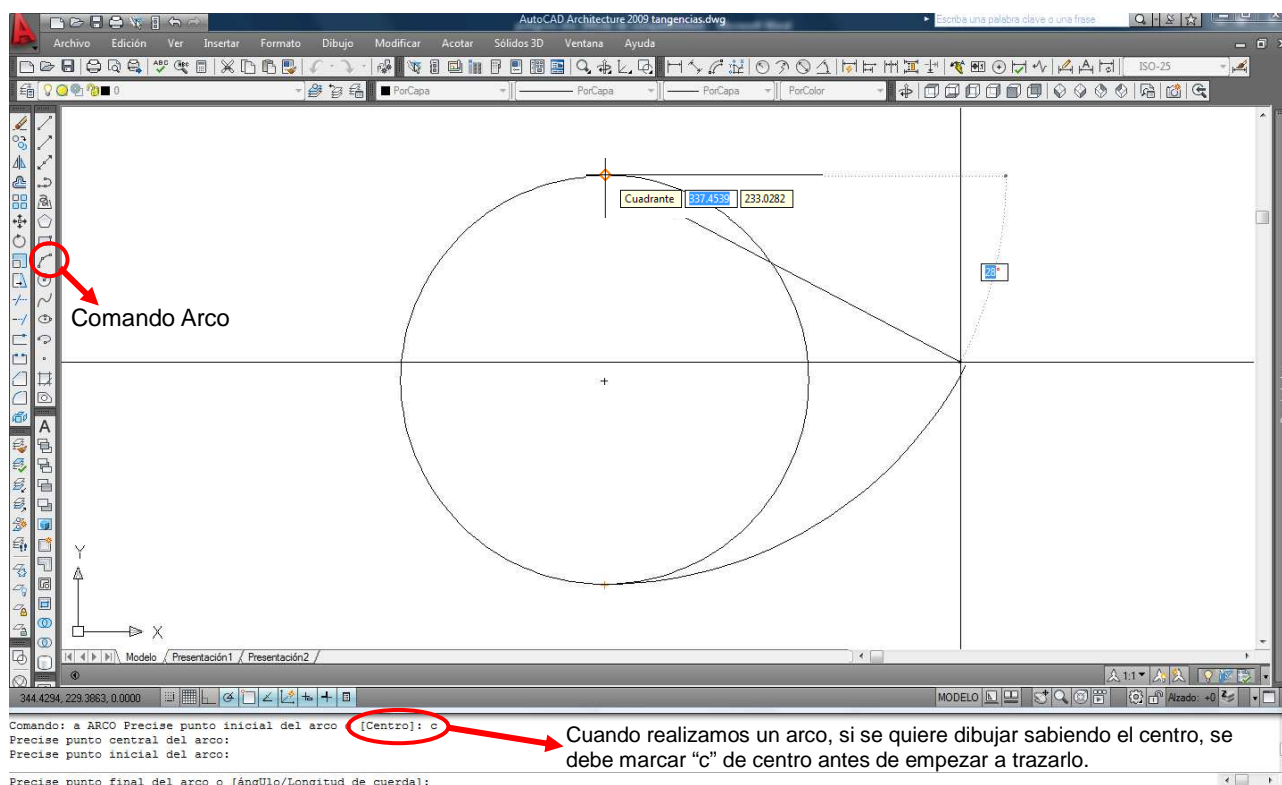


## Proceso del ejercicio:

Como el enunciado del ejercicio nos dice que es un polígono regular inscrito en una circunferencia de radio 4, por lo primero que se debe empezar es por la construcción de esta circunferencia.

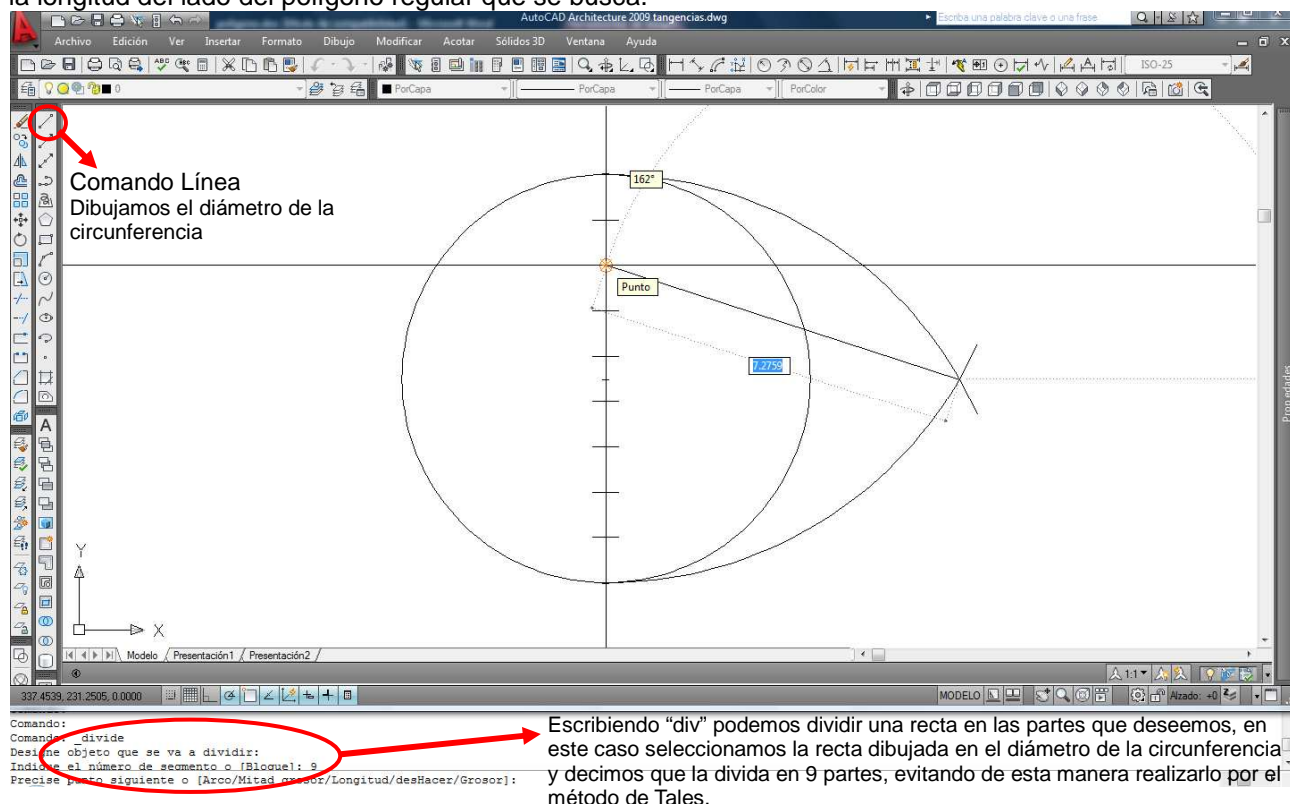


Para la resolución de cualquier polígono regular, se debe realizar un arco con centro en el cuadrante y radio el diámetro de la circunferencia que inscribe el polígono regular. Un arco para cada uno de los cuadrantes opuestos de esta circunferencia.

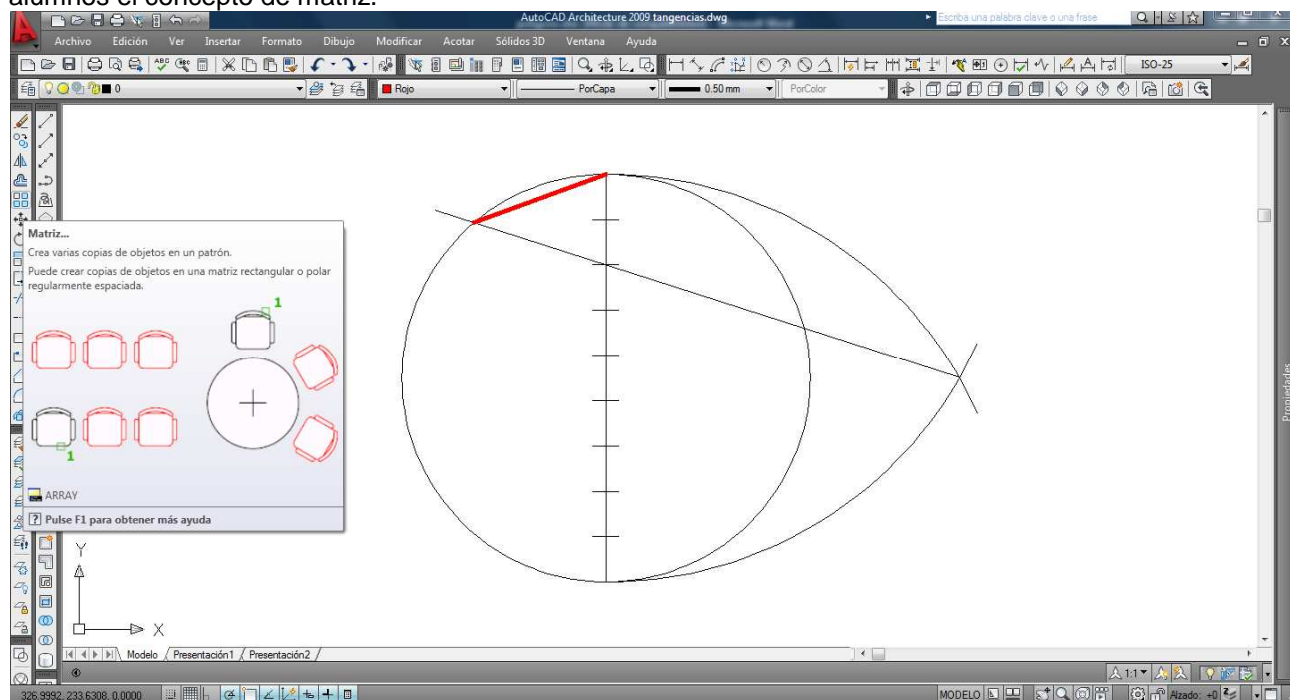




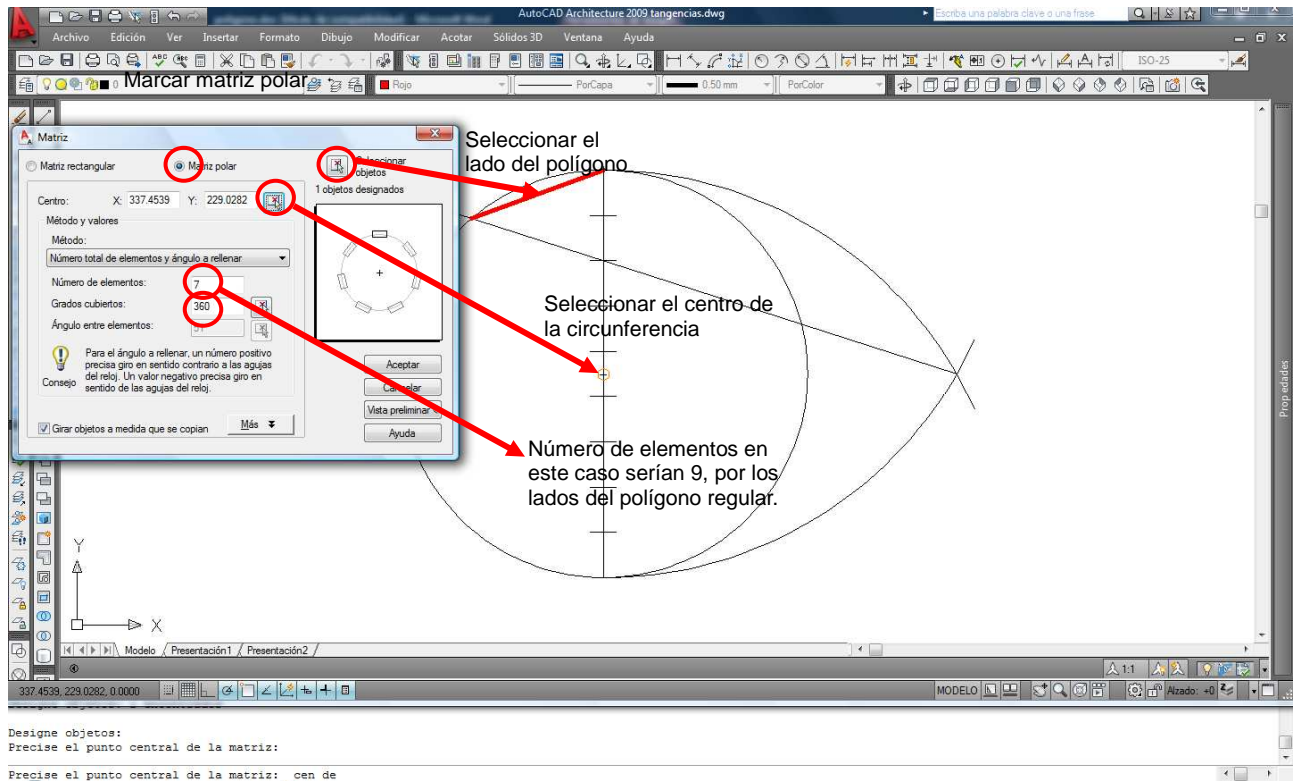
Para obtener un polígono regular del número de lados que se quiera, se debe dividir el segmento del diámetro de la circunferencia que inscribe dicho polígono en el número de lados que se desee para él, en cuyo caso serían 9. La recta que pasa por la intersección de los arcos y por el segundo punto del segmento dividido, “estirada” hasta donde se encuentra con la circunferencia. Desde el extremo del diámetro correspondiente, hasta la intersección, resultaría la longitud del lado del polígono regular que se busca.



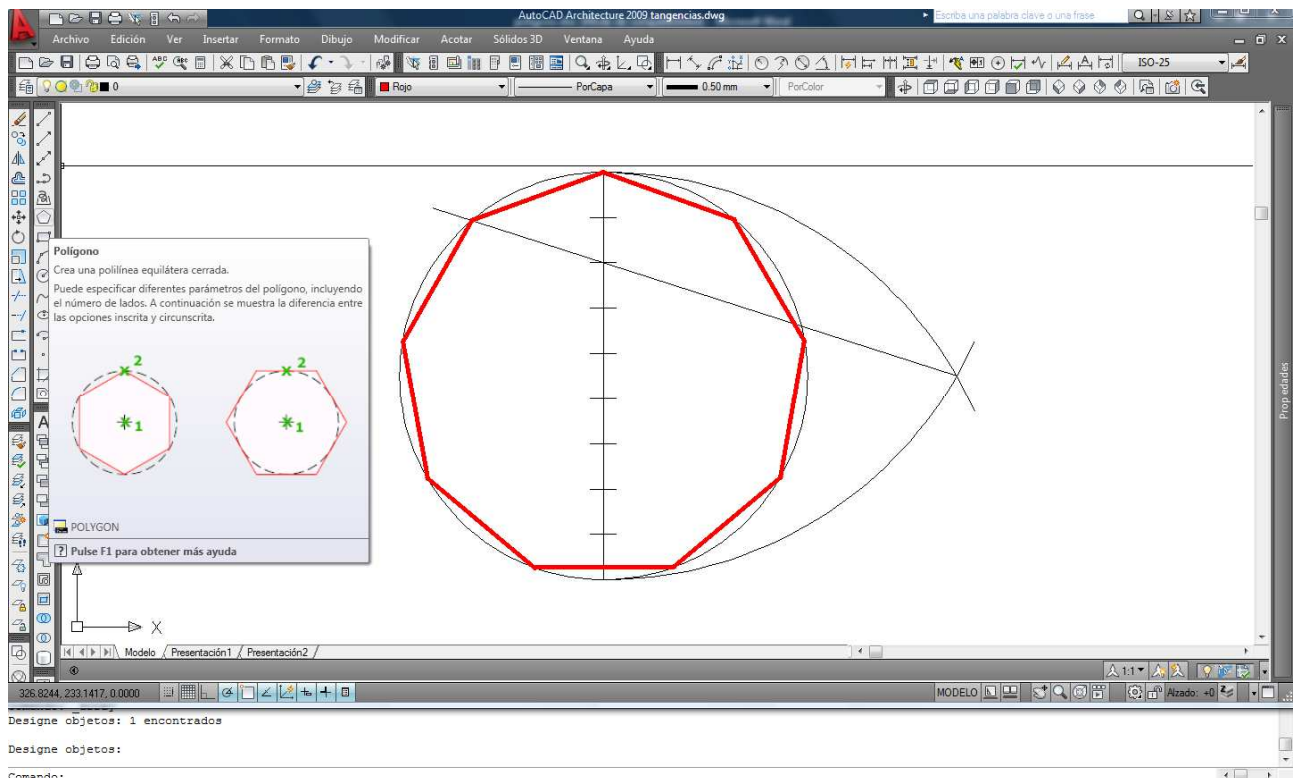
Una vez encontrado el lado, tenemos que encontrar los siguientes de la misma magnitud y con su debida inclinación. Habría diferentes formas de plantearlo, como podría ser copiando el dibujo y girando lado a lado, o marcando las distancias con arco como se haría con compás, en el caso de realizar el dibujo a lápiz,... en este caso se propone resolverlo mediante una matriz polar, resultando más fácil, ágil y al mismo tiempo útil para hacer entender a los alumnos el concepto de matriz.

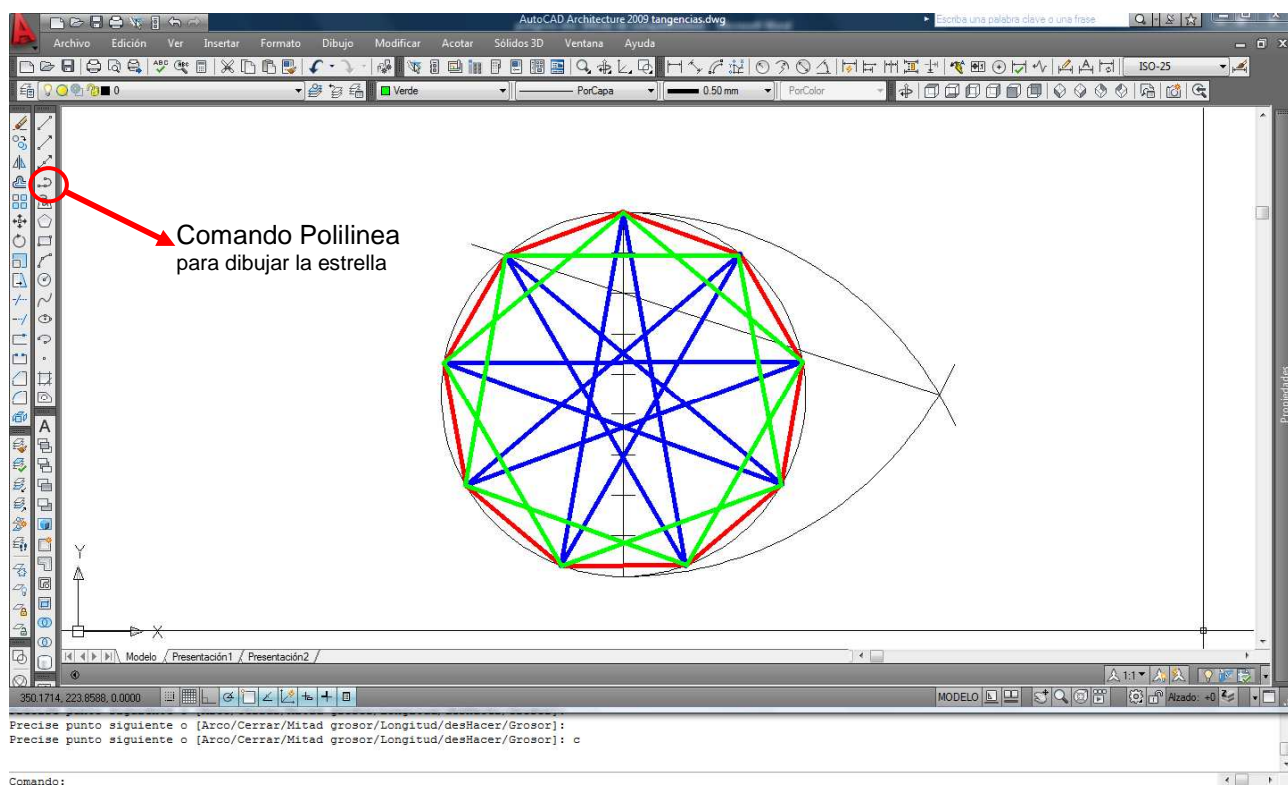


Con este comando de matriz, aparece un cuadro de dialogo, en el cual se ha de indicar: que es una matriz polar, ya que gira alrededor de la circunferencia; designar los objetos, que en este caso sería el lado del polígono ya encontrado; marcar el centro de la matriz que correspondería con el de la circunferencia; el número de elementos que en este caso es 9 y como queremos que gire sobre toda la circunferencia, los grados de la matriz serían  $360^\circ$ .



Y así obtendríamos la construcción de un polígono de cualquier numero de lados, para ello el programa AutoCad tiene un comando que realiza polígonos regulares sin la necesidad de seguir toda la teoría. Esto podría utilizarse a modo de comprobación.





## GEOMETRÍA. TANGENCIAS

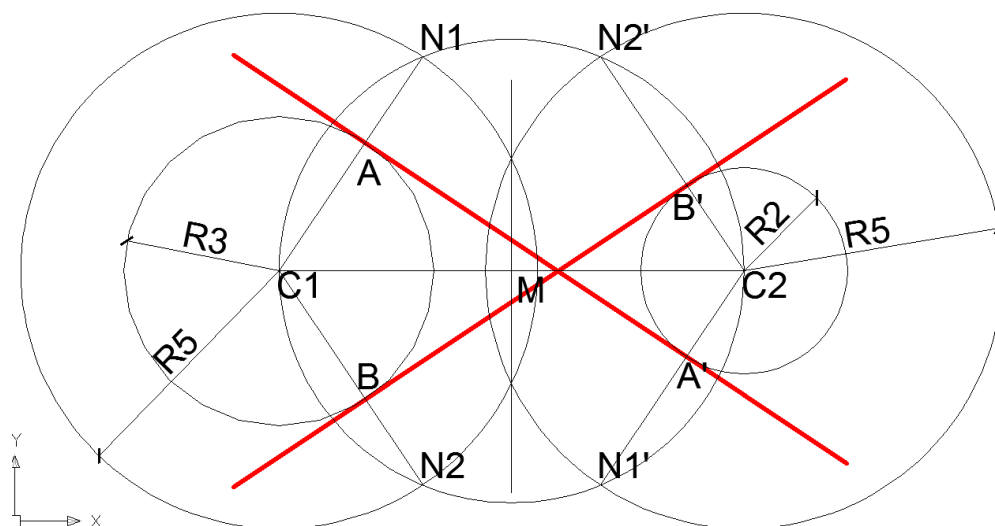
**Título:** Trazar rectas tangentes interiores a dos circunferencias dados sus radios y separación entre centros.

**Objetivo didáctico:**

Realización de rectas tangentes. Entender lo que significa el concepto de tangencia. Relacionar circunferencias y estudiar la perpendicular.

**Método, desarrollo y resolución:**

Trazar las tangentes interiores a dos circunferencias de radios 3 y 2 cm. estando sus centros separados 9 cm.



- 1\_ Trazar recta C1-C2 de 9 cm y circunferencias C1 de radio 3 cm y C2 de Radio 2 cm.
- 2\_ Con Centros C1 y C2 trazar dos circunferencias de Radio la suma de C1 y C2, es decir en este caso, radio 5 cm.
- 3\_ Encontrar la mediatriz, y con centro en la mediatriz M, trazar una circunferencia que pase por C1 y C2, donde corta encontramos los puntos N1-N2 y N1'-N2', que estos unidos a sus centros N1-N2 a C1 y N1'-N2' a C2, encontramos los puntos de tangencia, A-B y A'-B'
- 4\_ Ya podemos trazar sus respectivas rectas tangentes interiores.
- 5\_ Esta bien hacer la pequeña comprobación que las rectas tangentes sean perpendiculares a los radios C1-A, C1-B, C2-A' o C2-B'

**Discusión:**

Se puede realizar el ejercicio con las dos circunferencias del mismo radio y también con una de radio 0 (que sería un punto, tangente de un punto a una circunferencia), como casos especiales para la discusión de este ejercicio. También se podría realizar el estudio de las tangentes exteriores.

**Comentario:**

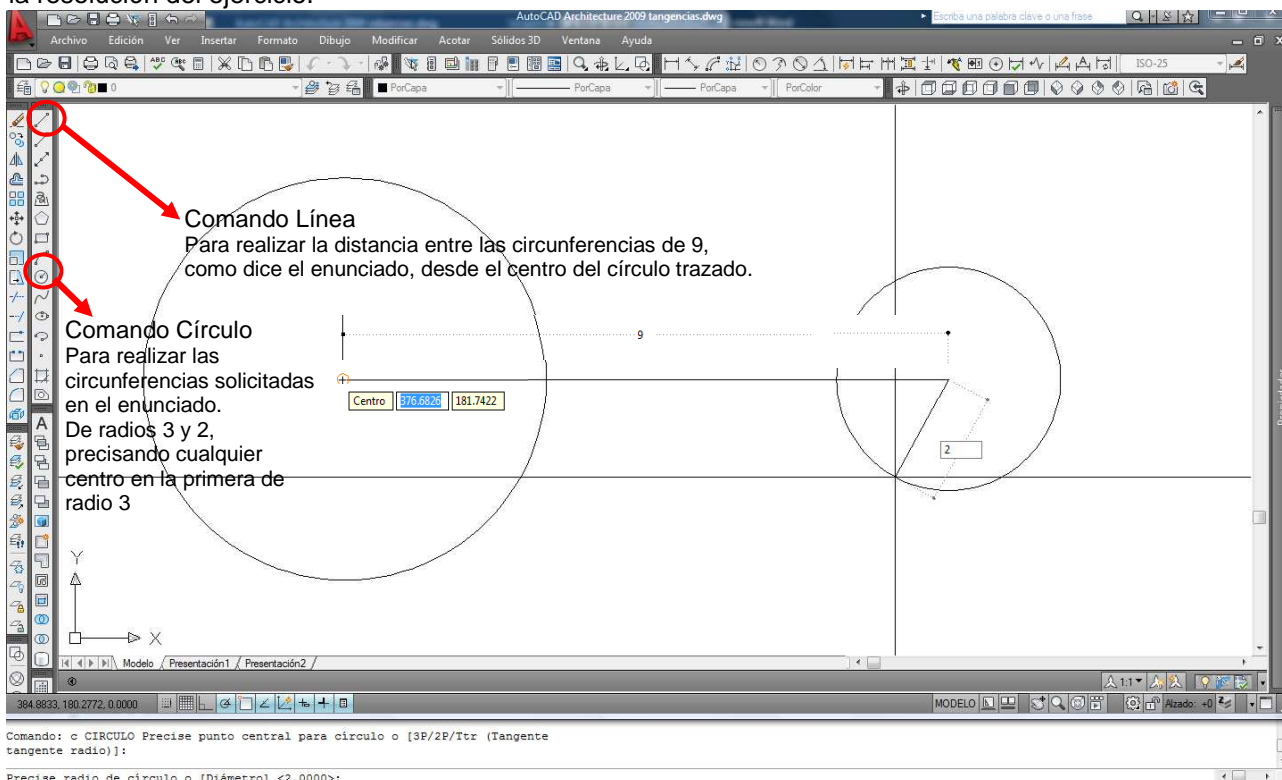
Este ejercicio realizado con el programa de Autocad, da un trazo más limpio que con trabajo manual, se localizan mejor los puntos de intersección, se necesita menos dibujo, puesto que el programa facilita puntos y coordenadas que ahorran trazos, entre otros aspectos que favorecen a la geometría de la solución.

**Conclusiones:**

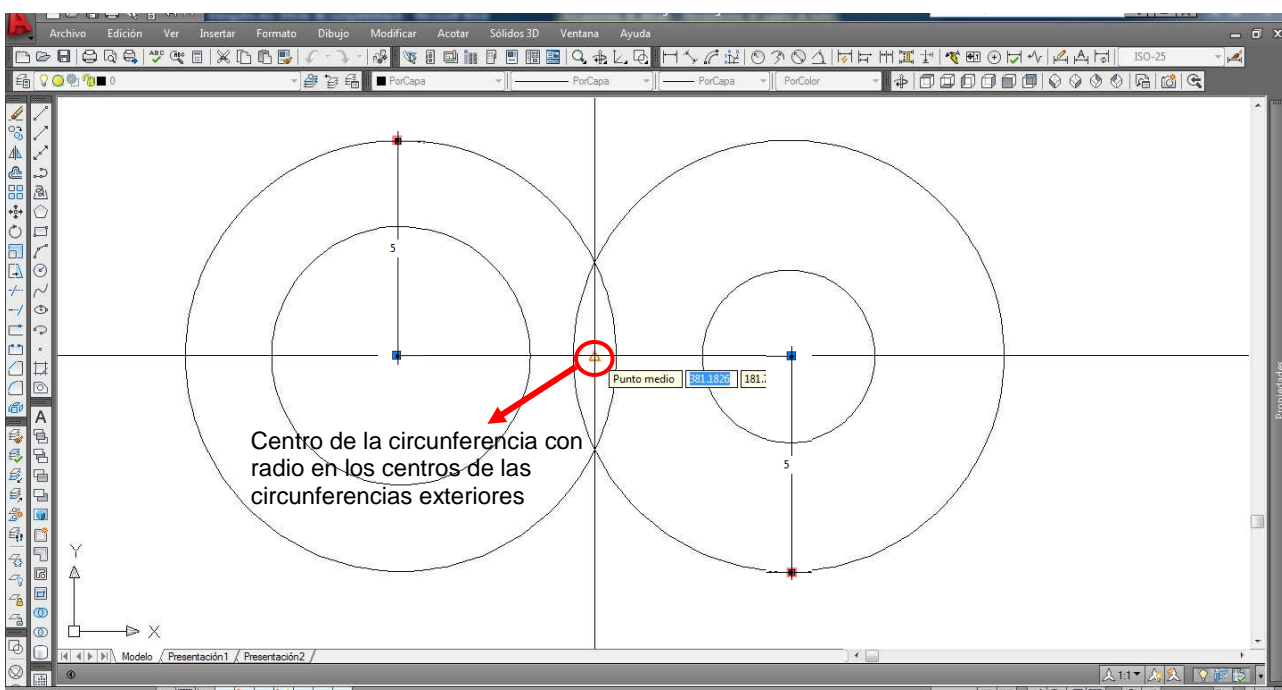
Con esta actividad, el alumno se ejercita en los conceptos de tangencia, perpendicularidad, semejanza, trazado de circunferencia, entre otros conceptos de geometría.

## Proceso del ejercicio:

Para empezar el ejercicio, lo primero es la interpretación del enunciado y su representación. Dibujar las dos circunferencias de radios 3 y 2 estando sus centros separados a 9. Una vez dibujada la primera circunferencia de radio 3, se dibuja una recta desde su centro de 9 para encontrar el centro de la segunda circunferencia de radio 2. Una vez interpretado el enunciado, que a su vez sirve para familiarizarse con el programa de AutoCAD, procedemos a la resolución del ejercicio.

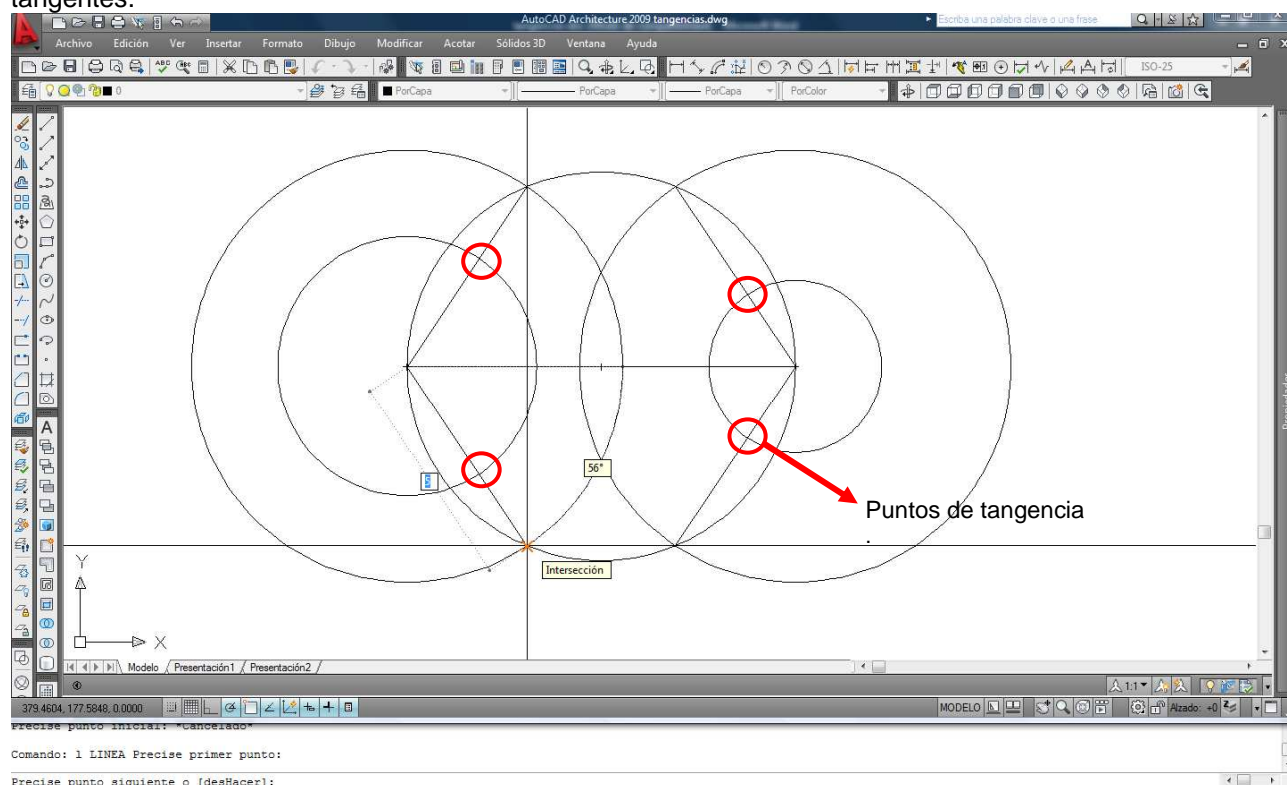


Con centros los centros en las circunferencias existentes, trazamos dos nuevas circunferencias con radio la suma de los dos radios, puesto que las tangentes entre estas deben ser interiores. Es decir, dibujamos dos circunferencias de radio 5 desde los centros de la circunferencia y trazamos otra circunferencia desde el punto medio de la recta que une los dos centros y con un radio que va del punto medio a los centros de las circunferencias.

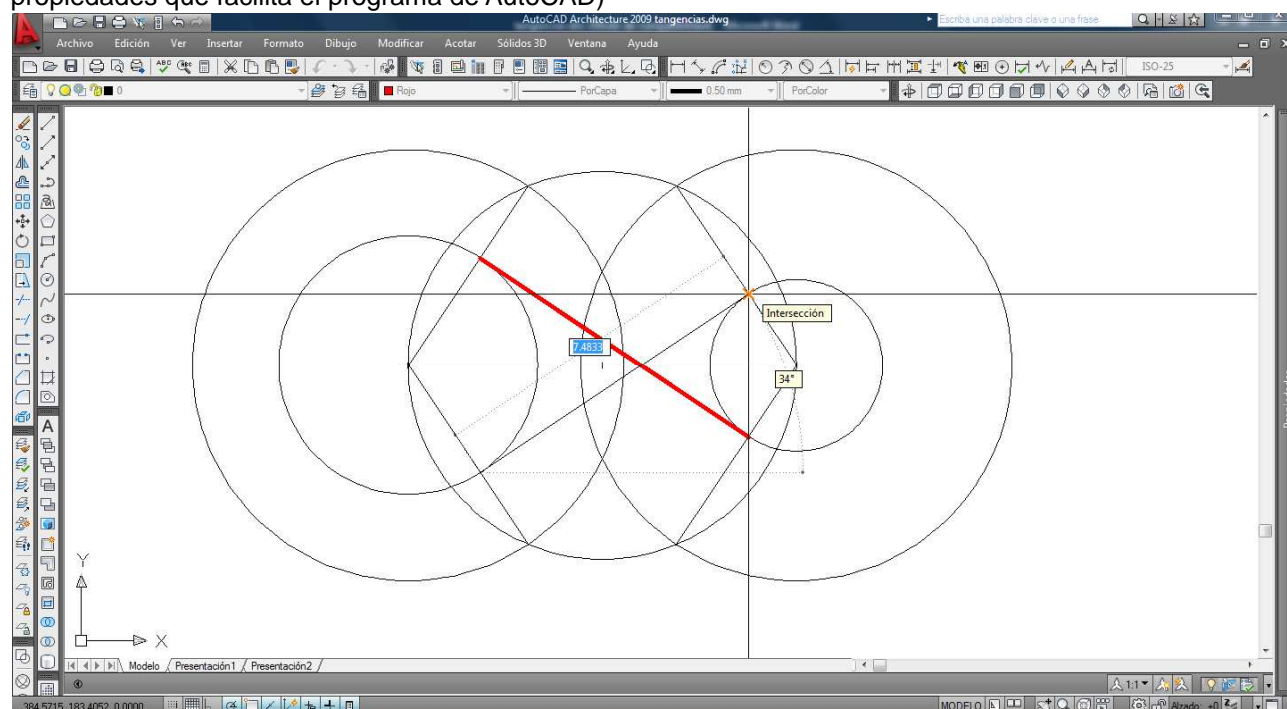




Teniendo las circunferencias dibujadas, trazando las rectas desde los centros a la intersección de la circunferencia que une los centros con las circunferencias con las de la suma de los radios de las dos, encontramos los puntos de tangencia, por donde pasarán las rectas tangentes.



Encontrados los puntos de tangencia, podemos obtener las rectas tangentes interiores a las dos circunferencias existentes, uniendo los puntos de intersección entre las rectas y las circunferencias. (Cambiamos las propiedades como hemos realizado en los ejercicios anteriores para marcar mejor el resultado, pudiendo a su vez también alargar las rectas resultantes todo lo que se quiera y comprobar las medidas pertinentes necesarias con las propiedades que facilita el programa de AutoCAD)



## GEOMETRÍA. CÓNICAS

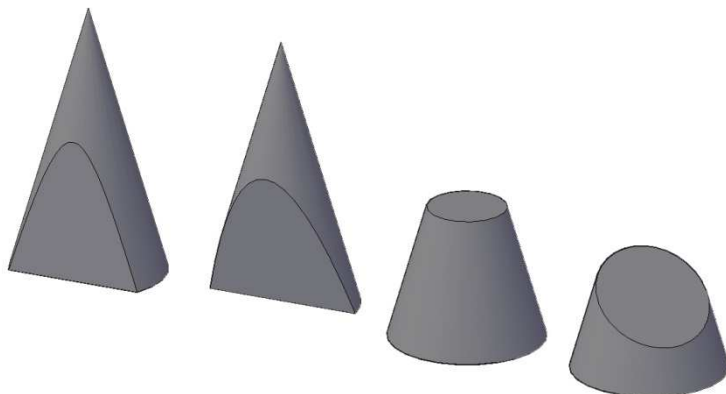
**Título:** Obtención de las cónicas a partir de un cono de revolución.

**Objetivo didáctico:**

Estudio de las diferentes curvas realizadas a partir de cortes planos con un cono. Estudio y diferencia entre las curvas: circunferencia, elipse, parábola e hipérbola. Concepto de volumen.

**Método, desarrollo y resolución:**

Corte de un cono de radio 4 y altura 12, encontrando así, la circunferencia, la elipse, la parábola y la hipérbola resultantes.



- 1\_ Dibujar el cono de radio 4 y altura 12
- 2\_ Copiar el cono cuatro veces, para realizar las diferentes intersecciones solicitadas.
- 3\_ Realizar los planos de intersección. Uno perpendicular a la base, otro paralelo a la base, otro paralelo a la generatriz del cono y un último con cualquier inclinación.
- 4\_ Seccionar el objeto por los planos realizados.

**Discusión:**

Solo se ha considerado una de las dos partes del cono de revolución. Se deja como propuesta la realización del mismo ejercicio aplicándolo a las dos partes del cono de revolución y también las curvas mediante otras herramientas TIC's o manuales, para hacer un estudio más exhaustivo de la circunferencia, la elipse, parábola e hipérbola.

**Comentario:**

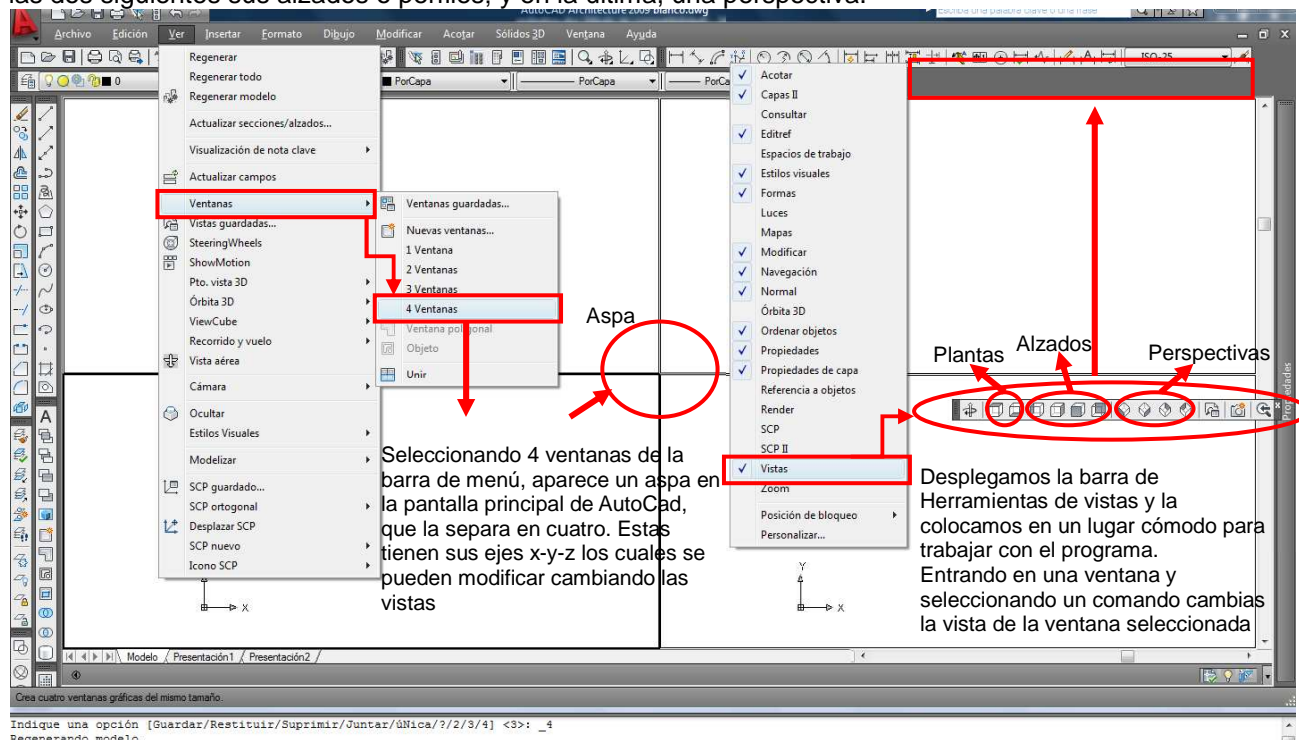
Con esta práctica, se refuerza la comprensión del concepto de volumen, que para algunos alumnos resulta difícil de entender esta tercera dimensión.

**Conclusiones:**

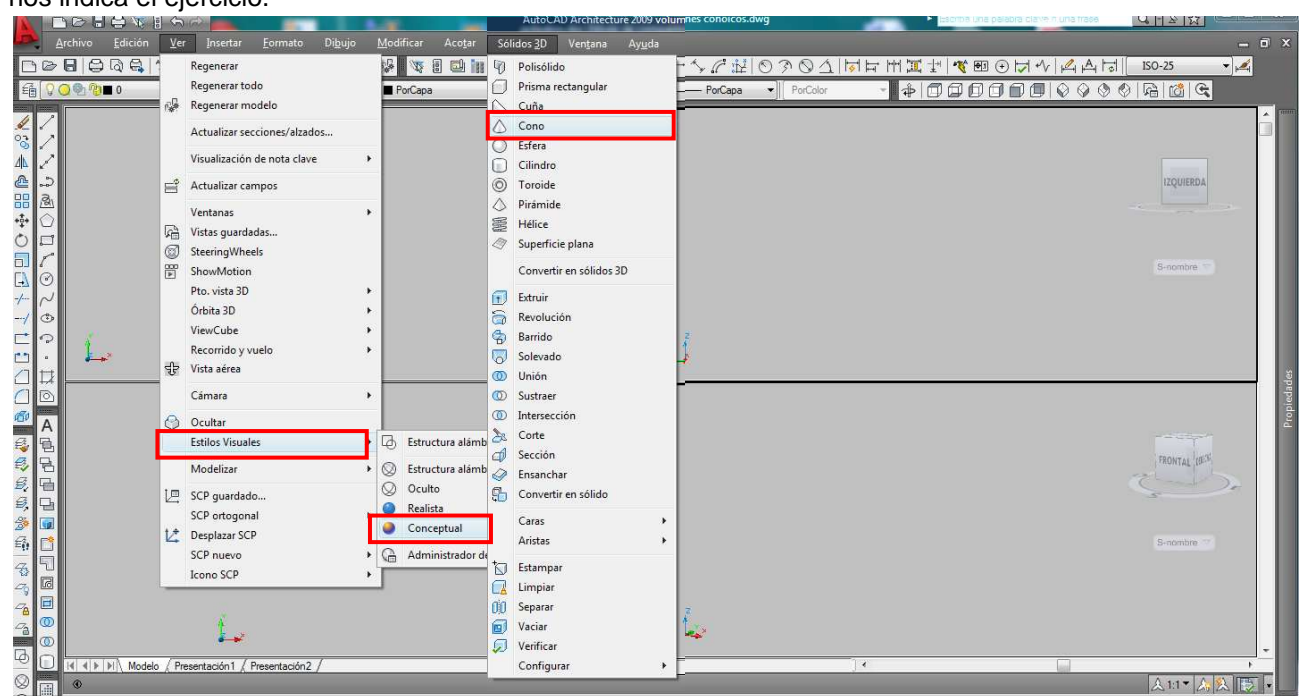
La realización de este ejercicio ayuda a la visualización de volúmenes, a la comprensión de espacios visuales, y a su vez de la intersección de cuerpos que generan nuevas superficies o volúmenes.

## Proceso del ejercicio:

Para empezar a trabajar un ejercicio de tres dimensiones en AutoCad, es bueno tener varias vistas en pantalla, y así poder visualizar desde diferentes ángulos. Para esto, seleccionamos el comando “ver” de la barra de menú, ponemos “ventana”, de la cual escogemos “4 ventanas”, aunque podrían ser las que se quisieran, con un máximo de 4 ventanas. A su vez, también se debería trabajar con las vistas adecuadas en cada momento, para ello, desplegamos la barra de herramientas de “vistas”, y ponemos las vistas que nos interesen en cada ventana. Lo más práctico suele ser: en la primera ventana tener la planta; en las dos siguientes sus alzados o perfiles; y en la última, una perspectiva.

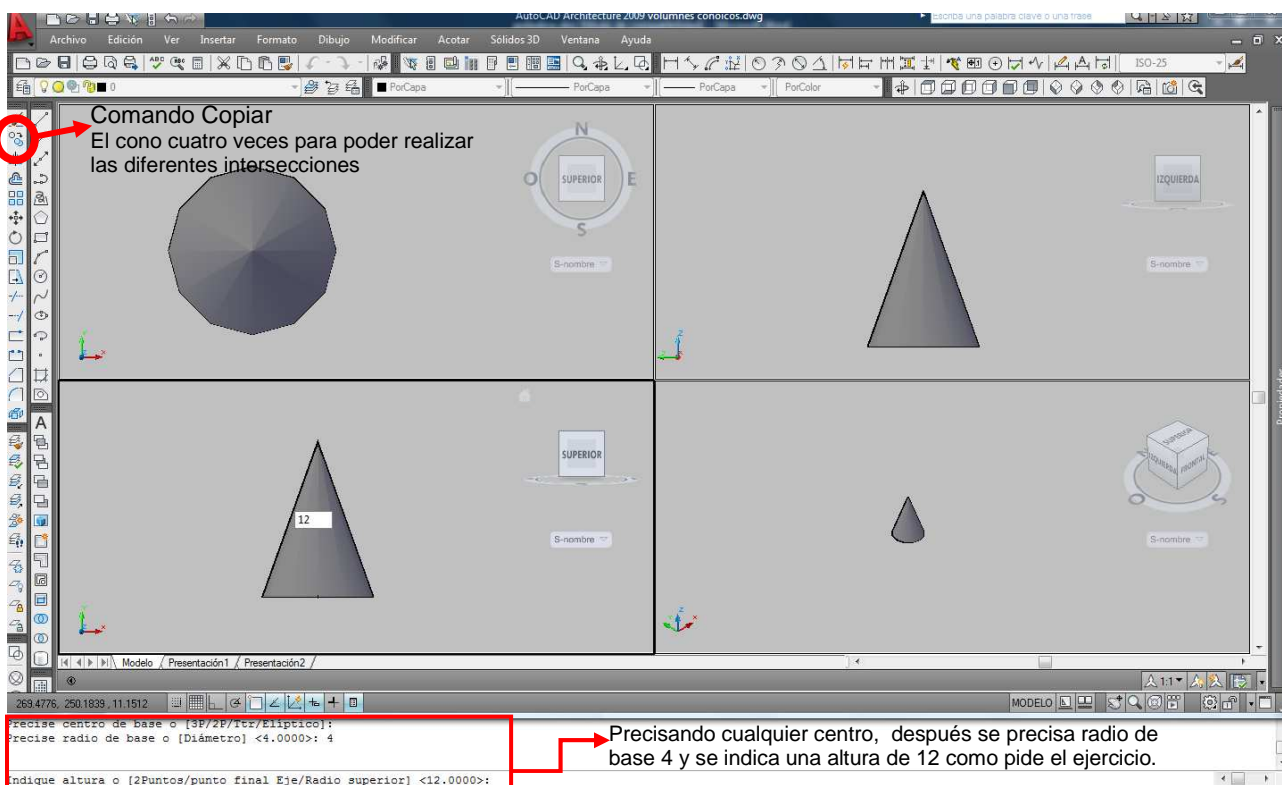


Una vez nos disponemos a empezar el dibujo, otro punto para trabajar más cómodamente en tres dimensiones, sería el de poner un estilo visual conceptual en cada una de las ventanas de la barra de menú, “Ver”, “Estilos Visuales”, “Conceptual”, para ver mejor los volúmenes. Después de este último requisito, nos disponemos a empezar a dibujar el cono que nos indica el ejercicio.

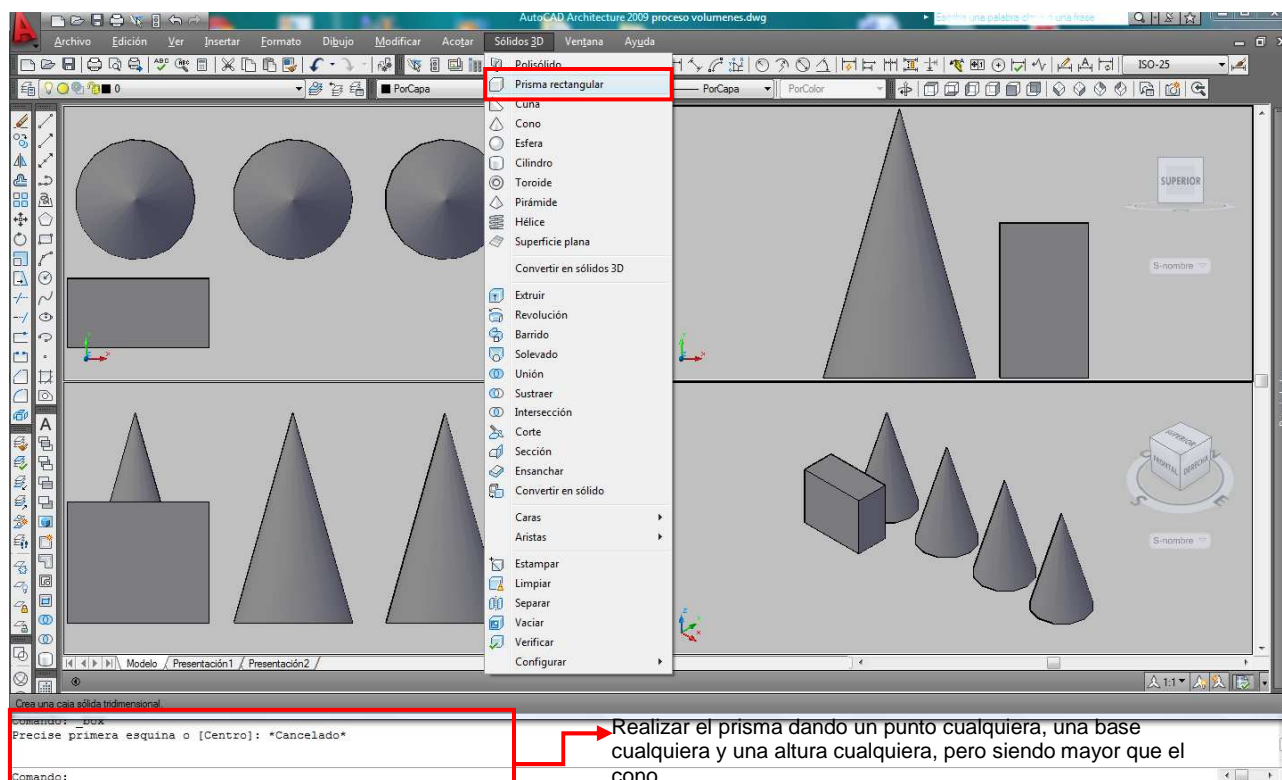




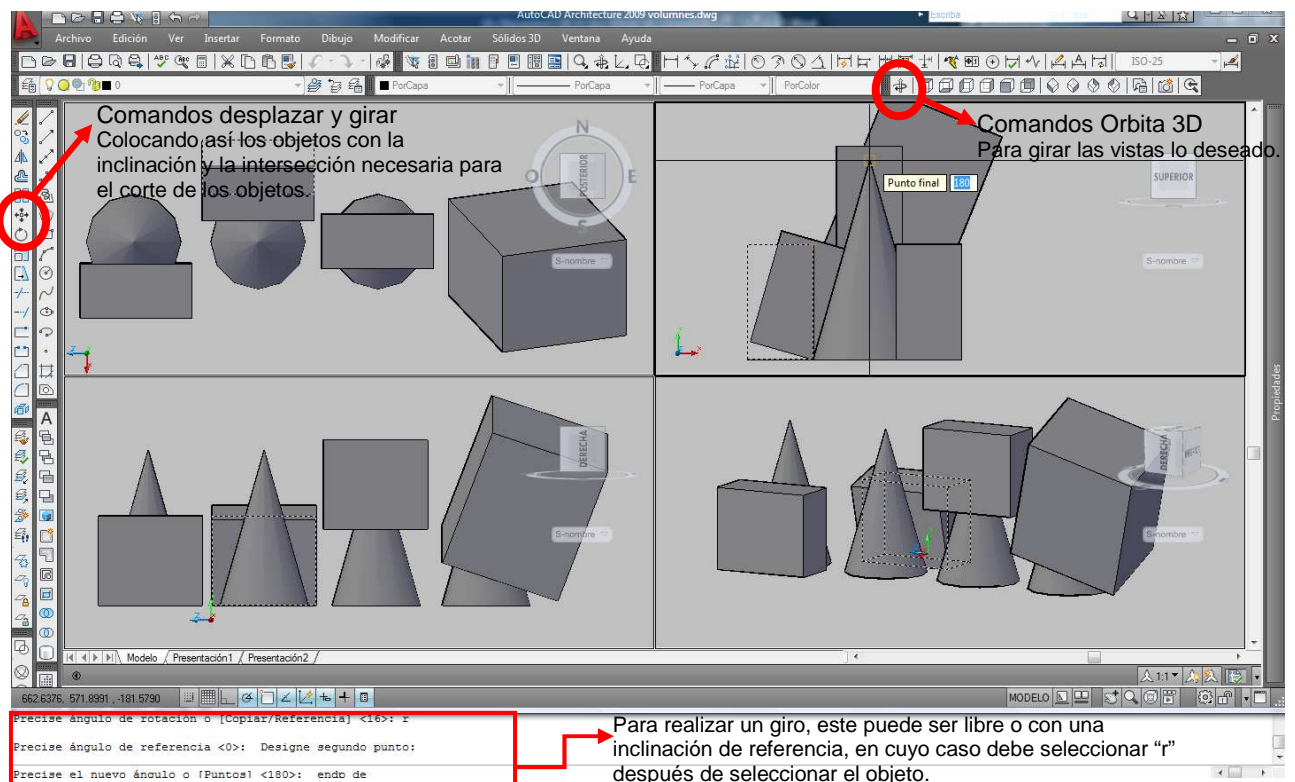
Una vez dado el comando “cono”, seleccionamos el centro y precisamos el radio y la altura requeridos por el ejercicio.



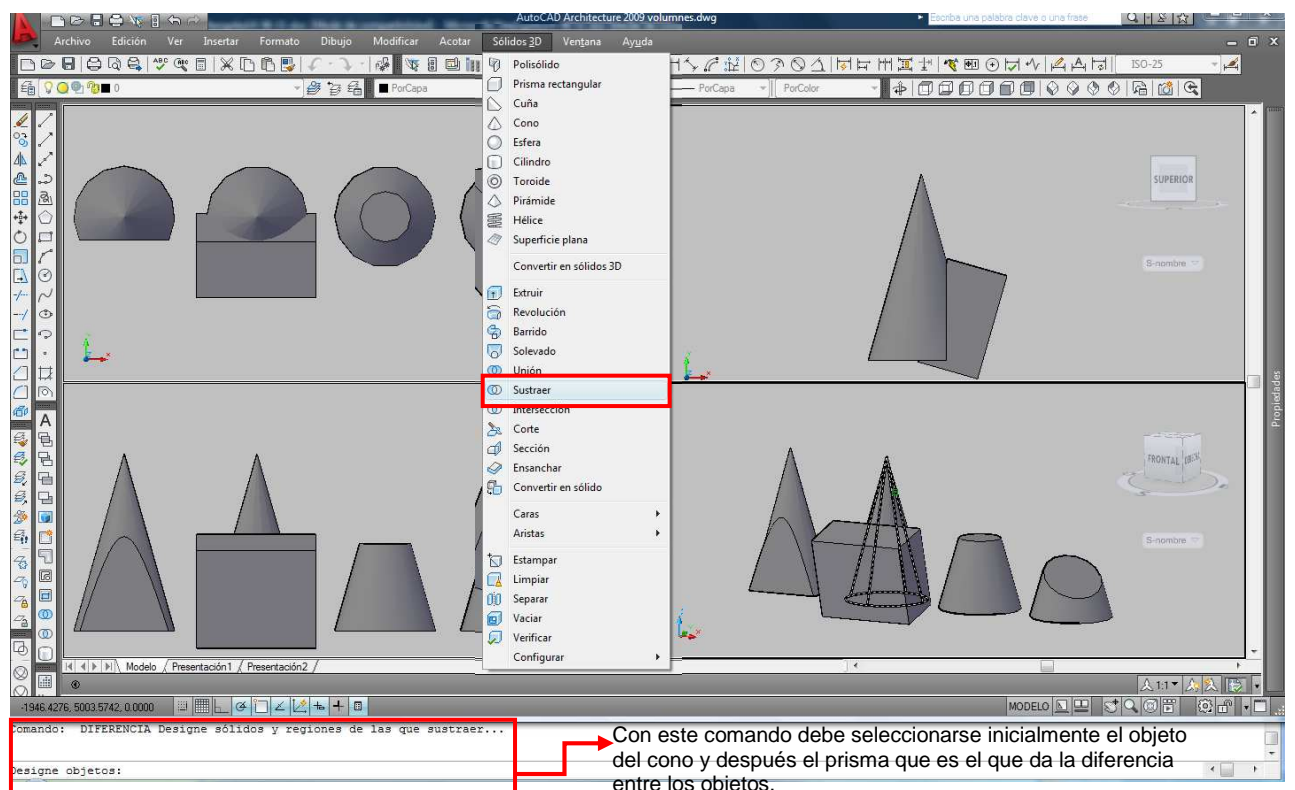
Realizar un volumen cualquiera de caras superficies planas, como puede ser el prisma como volumen más sencillo, para realizar las intersecciones correspondientes a base de diferencias entre volúmenes. Copiar a su vez este prisma 4 veces.



Colocando este prisma con las inclinaciones e intersecciones necesarias para realizar los cortes del cuerpo.



Se realizan las diferencias entre el cono y el prisma para la obtención de las secciones del cono, viendo así el resultado con sus curvaturas.



## Casos prácticos planteados con EXCEL

EXCEL, o programas similares, como Lotus Symphony, Openoffice, etc, son una potente herramienta para practicar y aprender conceptos matemáticos. Tiene un gran número de funciones estadísticas, matemáticas, gráficos, muy útiles para el aprendizaje y posteriormente para el trabajo profesional.

En este trabajo se consideran varios ejemplos:

- Sistemas de numeración
- Funciones y gráficas
- Cálculo de estadísticos
- Ajuste de datos bidimensionales

En ellos se pueden considerar dos aspectos de la enseñanza de las Matemáticas:

- El aprender a utilizar la hoja de cálculo como una potente calculadora, que da directamente la función o funciones que se le piden. Se incorporan estas a la hoja y se combinan para llegar al resultado, pudiéndose construir gráficos, tablas, etc. Para ello es necesario conocer previamente la utilidad de cada función.
- Aprender las propias funciones matemáticas con la hoja de cálculo. Para ello, se proponen ejercicios progresivos, por ejemplo: una vez conocidas las operaciones elementales (suma, resta,...), en la hoja, de una manera didáctica, se puede practicar con ellas, sumando columnas, o combinarlas para ver el resultado de alguna otra función nueva. Por ejemplo el promedio como suma y división. Así se comprobaría que la función más compleja, se puede conseguir a partir de otras más simples.

## **EXCEL. SISTEMAS DE NUMERACIÓN.**

**Título:** Sistemas de numeración. Cambio de base de un número hexadecimal con decimales.

### **Objetivo didáctico:**

Familiarizarse con números en base 16, que son muy utilizados en informática para representar el contenido de la memoria de un ordenador, como ejercicio de cambio de base mediante Excel.

### **Método, desarrollo y resolución:**

- Escribir un número en la celda
- Poner la parte entera en la celda de al lado.
- Poner en otra celda, la resta del número y su parte entera.
- En otra celda, multiplicar el resultado por 16 y en la celda contigua dejar su parte entera.
- Repetir el proceso en las columnas mencionadas.
- Las partes enteras que van resultado, se colocan en otra columna y si el valor es de dos cifras, se interpreta con las letras A, B, C, D, E y F correspondiendo con 10, 11, 12, 13, 14, 15 y 16.
- Se traslada el resultado a una fila, insertando una coma después de la parte entera del número de la primera celda, para que quede más estético.

### **Discusión:**

Solo se permiten números de parte entera inferiores a 16. Se podría generalizar.

Este ejercicio tan sólo trata de practicar los cambios de base de numeración. Se puede completar el ejercicio, haciendo una calculadora más general, o proponiendo ejemplos de otros tipos de cambio de base. De decimal a octal, de binario a decimal, etc.

### **Comentario:**

Normalmente las calculadoras que se encuentra en los ordenadores dentro de las aplicaciones básicas, solo permiten cambiar de base en el sistema hexadecimal para el caso de números enteros. A veces, puede ser de utilidad cambiar un número hexadecimal con decimales a base 10. Los números hexadecimales, son útiles especialmente en el análisis de volcados de memoria en informática.

### **Conclusiones:**

Con este ejercicio, se maneja el cambio de base de numeración mediante una hoja Excel y se practica con números en base 16.

## Visualización del resultado

	A	B	C	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AE	AC	AD	AE	AF	AG	
1	Convertir base 10 a base 16, parte decimal.																														
2																															
3			0,6																												
28																															
29																															
30																															
31																															
32																															
33																															
34																															

## Visualización del proceso

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AE	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI
1	Convertir base 10 a base 16, parte decimal.																																		
2																																			
3	14,131			14	E	E , 2 1 8 9 3 7 4 B C 6 A 8 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0																													
4	0,131																																		
5	2,096			2																															
6	1,536			1																															
7	8,576			8																															
8	9,216			9																															
9	3,456			3																															
10	7,296000004			7																															
11	4,736000061			4																															
12	11,776000098			11	B																														
13	12,41601563			12	C																														
14	6,65625			6																															
15	10,5			10	A																														
16	8			8																															
17	0			0																															
18	0			0																															
19	0			0																															
20	0			0																															
21	0			0																															
22	0			0																															
23	0			0																															
24	0			0																															
25	0			0																															
26	0			0																															
27	0			0																															
28																																			
29																																			
30	UTILIZACIÓN:																																		
31																																			
32	Poner el número, en vez del actual en azul, y se ve el resultado en el recuadro amarillo.																																		
33																																			

## **EXCEL. FUNCIONES.**

**Título:** Representación gráfica de funciones elementales.

### **Objetivo didáctico:**

Trabajar con las funciones matemáticas elementales (seno, coseno, logaritmo, exponencial...), representándolas gráficamente. Analizar con el resultado gráfico, corte con los ejes de coordenadas, máximos, mínimos,...

### **Método, desarrollo y resolución:**

Representar gráficamente en este caso concreto la función seno y la función coseno para valores de  $x$  comprendidos entre 0 y 10.

- Poner en una columna números naturales consecutivos del 0 al 30.
- Multiplicamos los valores anteriores por  $\pi$  y dividimos entre 10. (Obtenemos los argumentos en radianes en el intervalos  $[0,10]$ ).
- Se calcula la función seno de cada valor en otra columna.
- Se calcula la función coseno de cada valor en otra columna.
- Se realizan los gráficos de seno y coseno, a partir de los resultados.

### **Discusión:**

Se puede considerar el ángulo, tanto en grados como en radianes. Hay que elegir bien los valores para que las gráficas sean significativas.

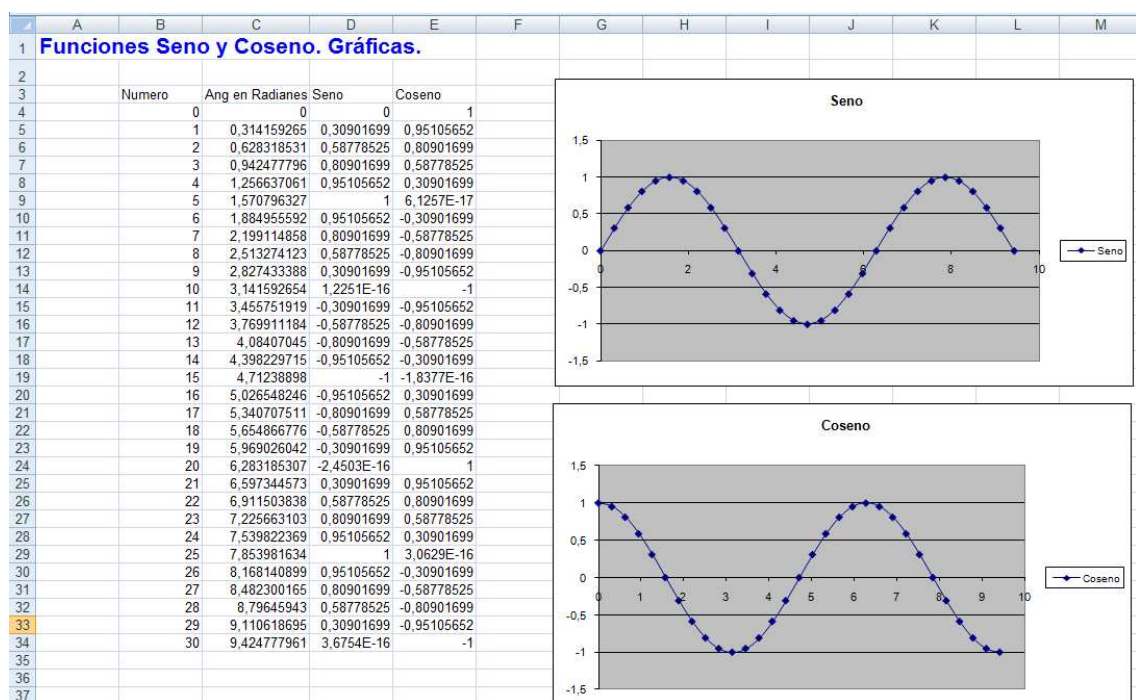
Comentar con los alumnos, los valores de la función, para  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$ ,  $270^\circ$ ,  $360^\circ$ ... y donde corta la gráfica al eje X.

### **Comentario:**

Se pueden estudiar más funciones de las que tiene programadas el paquete EXCEL, por ejemplo: tangente, seno hiperbólico,...

### **Conclusiones:**

Mediante esta sencilla práctica, el alumno se familiariza con las funciones matemáticas elementales que tiene EXCEL y su representación gráfica y además se le muestra como de manera sencilla se pueden representar otras funciones no programadas en la hoja de cálculo.



## **EXCEL. CÁLCULO DE ESTADÍSTICOS.**

**Título:** Cálculo de estadísticos descriptivos. Media, mediana, varianza, desviación típica, coeficiente de variación,...

### **Objetivo didáctico:**

Manejo de tablas, representación gráfica de los resultados contenidos en las tablas y síntesis numérica de datos univariantes. Elaboración de tablas de frecuencias, manejar los conceptos estadísticos de promedio, mediana, varianza, desviación típica, coeficiente de variación. Conocer la existencia de funciones estadísticas y matemáticas en EXCEL y utilizar alguna de ellas.

### **Método, desarrollo y resolución:**

Primera parte.

- Escribir un conjunto de datos numéricos (o alfanuméricos).
- Calcular estadísticos de posición como el promedio, la mediana y la moda con la función EXCEL.
- Construir tabla con las columnas de los valores, las frecuencias, producto del valor por la frecuencia... y cálculo a partir de la tabla de los valores estadísticos.

Segunda parte.

- Simular una muestra de tamaño 600 de forma automática. Utilizar el comando de Análisis de datos: de generación de números aleatorios; de una variable; con la cantidad de números aleatorios deseados (en el ejercicio, 600); utilizando una distribución normal y usando unos valores de media y desviación estándar, que se quieran estudiar (como podría ser la media de alturas de un centro educativa 1,75 y una desviación de 0,1)
- Hacer el redondeo de esta simulación de datos,
- Obtener la densidad de probabilidad de los datos con la función de Excel
- Representar gráficamente los valores obtenidos, (diagrama de dispersión) y observar que se obtiene la gráfica de la campana de Gauss (Distribución normal)
- Calcular estadísticos muestrales, histograma,...

### **Discusión:**

En este ejercicio, se manejan varios aspectos de la hoja de cálculo en los que el alumno ha de adquirir una cierta soltura e iniciarse en el uso de este software. De esta forma, podrá trabajar con los conceptos estadísticos.

En una primera parte, se trata de realizar todas las operaciones que conducen a la obtención de las variables estadísticas paso a paso: suma de columnas, división por el número elementos de la muestra para obtener el promedio, etc.

En la segunda se automatiza, con las posibilidades que ofrece Excel, la obtención de las variables estadísticas. De esta forma, se puede estudiar cómo es la distribución según los valores obtenidos.

### **Comentario:**

Se pueden hacer cambios sobre la hoja en las series de datos o en las frecuencias, y ver el resultado, tanto en los gráficos, como en las variables estadísticas. También se puede practicar con las posibilidades que da el análisis de datos del programa, Excel.

### **Conclusiones:**

Con este ejercicio, se manejan algunos conceptos estadísticos y se aprende a trabajar con datos univariantes usando una hoja de cálculo con sus funciones básicas. También se ve el alcance que tienen las hojas de cálculo para simular datos y hallar los estadísticos muestrales de forma automática.



## Primera parte

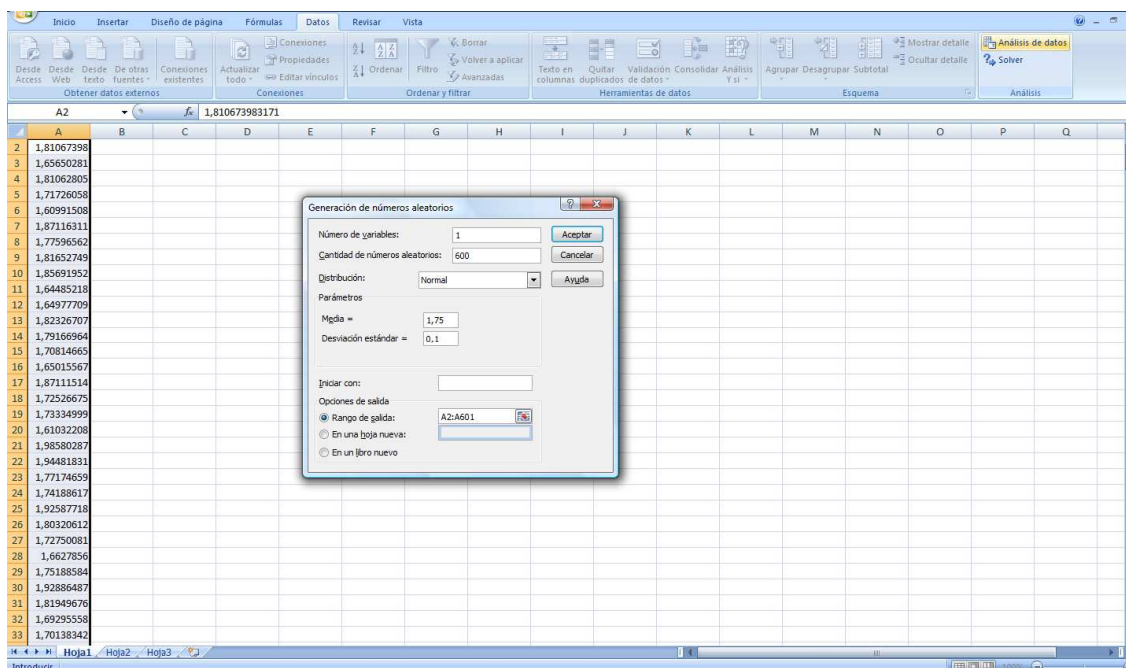
	A	B	C	D	E
1	<b>PROMEDIO</b>				
2		Encontrar el promedio de			
3					
4					
5		1			
6		2			
7		3			
8		4			
9		7			
10		6			
11		7			
12		8			
13		9			
14		10			
15		11			
16		12			
17		13			
18		14			
19		15			
20		16			
21					
22	Promedio	<b>8,625</b>		Suma	138
23				Promedio	8,625
24	Mediana	<b>8,5</b>			
25					
26	Moda	<b>7</b>			

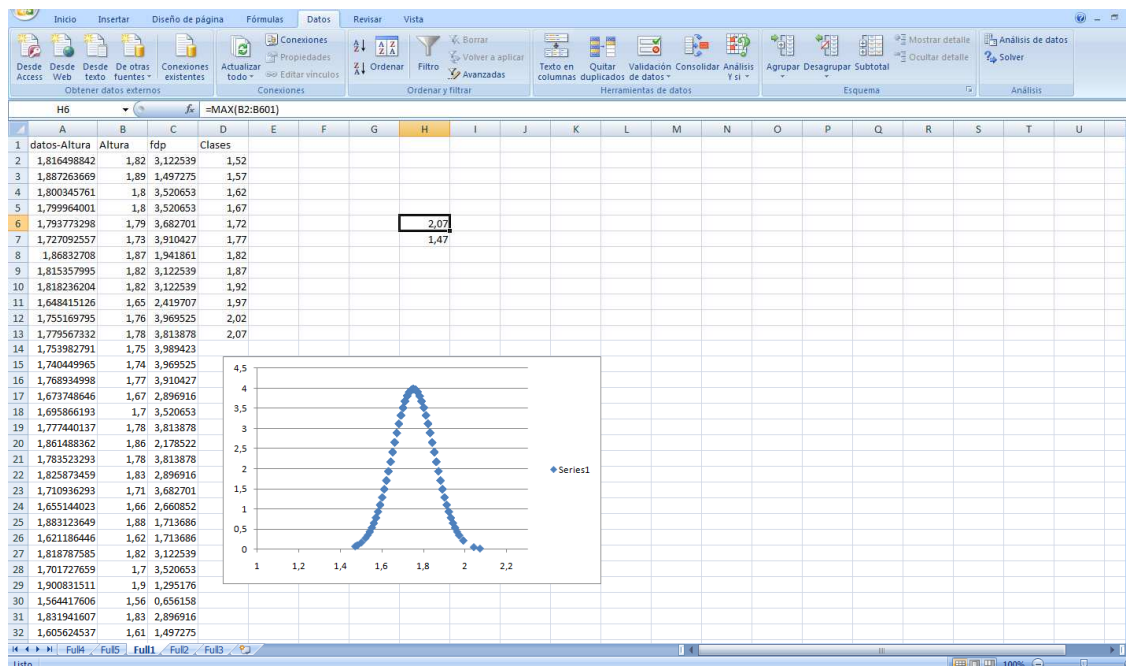
	A	B	C	D	E	F	G
1	<b>ESTADISTICA TABLA FRECUENCIAS</b>						
2							
3							
4		Edad	Frecuencia		Producto		
5		1	10		10		
6		2	11		22		
7		3	12		36		
8		4	13		52		
9		5	14		70		
10							
11							
12	TOTAL		60		190		
13							
14				Media	<b>3,16666667</b>		
15							
16							
17							
18							
19							
20							
21							
22							
23							
24							
25							
26							
27							
28							
29							

Segunda parte.

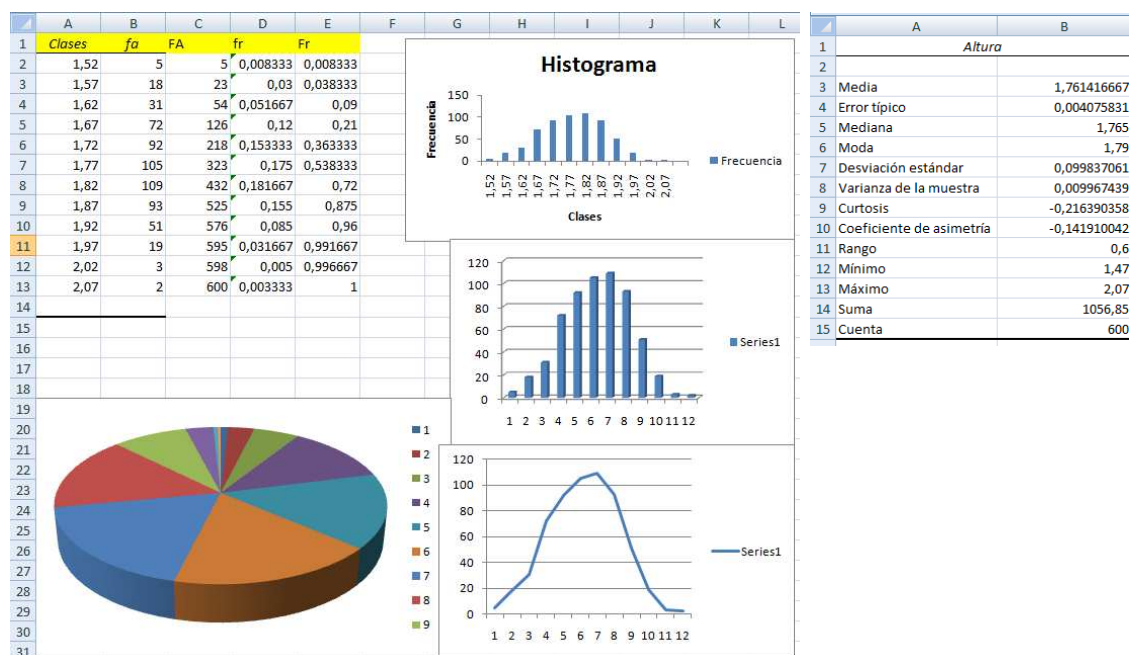
Simulación de datos con la función generación de números aleatorios.



Obtención de muestras simuladas correspondientes a una distribución normal. Redondeo de los datos, cálculo de la densidad de probabilidad de los datos simulados y representación gráfica mediante un diagrama de dispersión de los mismos. Simulación de muestras de diversos tamaños.



Análisis descriptivo de los datos obtenidos mediante simulación. Presentación analítica (elaboración de una tabla de frecuencias), representación gráfica de los resultados que se hallan en la tabla de frecuencias (Histograma, diagramas de línea y sectores...). Síntesis numérica de los datos (obtención de estadísticos muestrales con la función estadística descriptiva).



## EXCEL. REGRESIÓN LÍNEAL.

**Título:** Obtención de la recta de regresión. Correlación.

### **Objetivo didáctico:**

Llegar a comprender el concepto de ajuste de una nube de puntos a una recta y entender si las variables representadas están o no correlacionadas. Realización de gráficos con dos variables y obtención de la recta de ajuste.

### **Método, desarrollo y resolución:**

- Escribir en dos columnas de la hoja los valores de las dos variables que se van a estudiar conjuntamente.
- Dibujar el diagrama de dispersión (nube de puntos).
- Hallar la media de las columnas.
- Hallar la covarianza  $xy$  y las desviaciones típicas de  $x$  e  $y$ .
- Obtener la ecuación de la recta que mejor ajusta la nube de puntos.
- Hacer el gráfico de la recta y superponerlo con el gráfico de la nube de puntos.

### **Discusión:**

Una vez adquiridos los conceptos y representada gráficamente la recta de ajuste de las dos variables consideradas, se ha de intentar interpretar de forma descriptiva a través de los resultados obtenidos (coeficiente de correlación) si la correspondencia entre las variables es débil, moderada o fuerte.

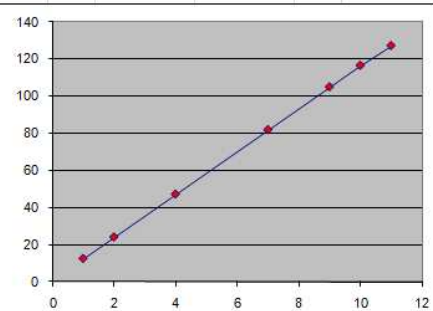
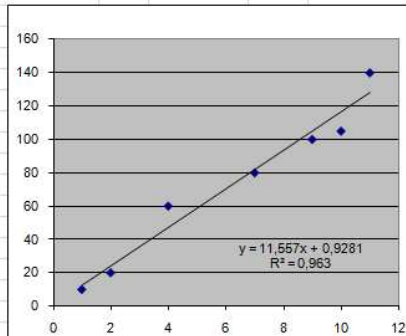
### **Comentario:**

Se pueden utilizar otros conjuntos de variables de manera que aparezcan correlaciones diferentes a las del ejemplo estudiado. Es conveniente, siempre que sea posible, hacer ajustes con datos reales y observar la correspondencia entre las variables según esta sea positiva o negativa (correspondencia precio demanda, es negativa, mientras que la correspondencia altura suele ser positiva)

### **Conclusiones:**

Con este ejercicio, se manejan los conceptos de ajuste lineal y se muestra gráficamente, de manera que se entienda la relación de mayor o menor dependencia entre las variables que se consideran.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	<b>Correlación y recta de regresión.</b>												
2		X		Y		$X^2$	$Y^2$	$X \cdot Y$					$y = K_3x + K_5$
3		1		10		1	100	10	$\sigma_{xy}/\sigma^2x$	11,5568862			12,48502994
4		2		20		4	400	40		72,6432849			24,04191617
5		4		60		16	3600	240		0,92814371			47,15568862
6		7		80		49	6400	560					81,82634731
7		9		100		81	10000	900					104,9401198
8		10		105		100	11025	1050					116,497006
9		11		140		121	19600	1540					127,1257485
10													
11	TOTAL	44		515		372	51125	4340					
12													
13	PROMEDIO	6,28571429		73,5714286		53,1428571	7303,57143	620					
14													
15						$\sigma^2x$	13,6326531			$157,55102 \sigma_{xy}$			
16													
17													
18	<b>Nube de puntos y recta de ajuste</b>						<b>Pronósticos</b> (proyecciones de los datos sobre la recta de ajuste)						
19													
20													
21													
22													
23													
24													
25													
26													
27													
28													
29													
30													
31													
32													
33													
34													
35													



## Conclusiones

A lo largo de este trabajo se ha tratado de resaltar la importancia de las TIC como herramienta para ayudar en la enseñanza de las Matemáticas. Se ha visto que inciden en casi todos los aspectos que rodean a la docencia y ayudan a desarrollar sus funciones: comunicación, transmisión de conocimientos, evaluación, gestión, etc. Existen herramientas TIC que son de propósito general, tanto software, como hardware; y otras que tienen un papel más específico para aplicaciones concretas. Entre las primeras se tienen por ejemplo: internet o los paquetes de software como Office, Maple, Matlab,... Entre las segundas se podrían considerar, por ejemplo: el proyector de clase o el Software de comunicación como Messenger o Skype. Muchas de las especializadas, a medida que salen nuevas versiones, tienden a realizar funciones más amplias, que hacen que la frontera entre unas y otras, sea difusa.

El uso de las TIC, si bien es una ayuda imprescindible y muy aconsejable en la enseñanza, tiene también algunos inconvenientes, ya expuestos a lo largo del trabajo. Quizá como ventaja más importante, está el reemplazar a la persona en las tareas rutinarias o repetitivas, que se pueden hacer de forma mecánica, aunque las TICs también tengan un gran componente de creatividad, por ejemplo con todas sus funciones multimedia. Esta ventaja que dan las máquinas, nos llevaría a pensar en una especie de nueva “revolución industrial” aplicada a la enseñanza, con todas sus grandezas y miserias. De ahí que el principal inconveniente, sea la virtualización y deshumanización que representan, siendo el factor humano tan necesario siempre en el mundo educativo.

Como se ha podido ver, existen una infinidad de herramientas TIC, especialmente en internet. Muchas de ellas gratuitas, de manera que sin un gran esfuerzo se puedan introducir en la enseñanza, en concreto de las Matemáticas. El riesgo es la falta de calidad de algunas de ellas, lo que dificulta la selección y, al utilizarlas, pueden conducir al efecto inverso al deseado.

También se han planteado en el trabajo unos casos prácticos realizados con AutoCad, que es un tipo de herramienta muy apto para desarrollar principalmente los conceptos de Geometría; y otros en los que se han empleado hojas de cálculo, que representan un paso más respecto a la calculadora y cuyo manejo en Matemáticas resulta casi imprescindible.

## Bibliografía

- McFedries, P. "EXCEL 2010. Fórmulas y funciones matemáticas". Anaya Multimedia. Madrid 2011.
- Larkin, J. C. "Practical Problems in Mathematics for Drafting and CAD" (Third / edition) Thomson Delmar Learning. 2005.
- Montañó La Cruz, F. "AutoCad 2011. (Guía Práctica)". Anaya Multimedia. 1ª Ed. Madrid 2010.
- Gilat, A. "MATLAB. An introduction with aplicaciones". John Willey & Sons, Inc. Hoboken (NJ) USA 2005. (Edición española por J. A. Macías Iglesias. Reverte).
- Rice, W., Smith, S. N. "Técnicas de enseñanza con Moodle 2.0". Anaya Multimedia. Madrid 2011. (Packt Publishing Ltd. 2010).
- Rice IV, W. "Moodle. Desarrollo de cursos E-Learning". Anaya Multimedia. Madrid 2010.
- Martín Iglesias, J. P. "La pizarra digital interactiva (PDi) en la educación. Anaya Multimedia. Madrid 2010.
- García, I. "Dibujo técnico y Matemáticas: una consideración interdisciplinar". Aulas de verano. Ministerio de Educación. Instituto Superior de Formación del Profesorado. 2007. "Un ejemplo de utilización de las TIC en la enseñanza de la Geometría".
- "Matemáticas e internet". VV.AA. Coordinación: Fidela Velázquez. Biblioteca de Uno. Serie didáctica de las Matemáticas. Barcelona 2004.
- Pons, J. P. y otros. "Políticas educativas y buenas prácticas con TIC". Colección crítica y fundamentos. Serie didáctica. Ed. GRAÓ de IRIF, SL. Barcelona 2010.
- Goñi, J. M. (Coord.). VV.AA. "Matemáticas Complementos de Formación Disciplinar". Ministerio de Educación. Formación del Profesorado. Educación Secundaria. GRAÓ de IRIF, SL. Barcelona 2011.
- Garcia Raffi, L. M. y otros. "Matemáticas asistidas por ordenador". Editorial de la UPV. Valencia. Sobre fundamentos de Mathematica.
- <http://peremarques.pangea.org/actividades.htm>
- <http://www.peremarques.net/siyedu.htm> .  
Impacto de las TIC en educación: Funciones y limitaciones. Dr. Pere Marqués Graells.
- [http://isis.faces.ula.ve/computacion/Israel/Ejemplos\\_Excel.htm](http://isis.faces.ula.ve/computacion/Israel/Ejemplos_Excel.htm) . Ejemplos de problemas de hoja de cálculo con EXCEL. Israel J. Ramirez.
- <http://www.iesmarquesdesantillana.org/departamentos/matem/index.htm> .  
I.E.S. Marqués de Santillana. Colmenar Viejo. Madrid
- Cabezón, M. A. y otros  
<http://i-matematicas.com/blog/tag/aula-moodle/> .  
Matemáticas interactivas y manipulativas en las Aulas de Secundaria y Bachillerato. Del Ministerio de Educación 2006.

- Arias, J.M.  
<http://www.infoymate.es/wiris/index.htm>  
Wiris en Matemáticas de la ESO y los Bachilleratos. Enlaza con Informática y Matemáticas.
- Allo, M.S.  
<http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/index.htm> .  
Ejemplos diversos de webs interactivas de Matemáticas.